

# 問題発見・解決過程における数学的活動の局面とその展開

Phase and Development of Mathematical Activities in Problem-finding and Problem-solving process

柳瀬 泰

Yasushi Yanase

**Keyword**：数学的活動の局面、第2の教材

## 1. はじめに

### (1) 算数の目標と数学的活動について

小学校の算数科の年間授業時数は175時間(第1学年は136時間)が標準時数(一単位時間は45分)である。この授業時数を学校教育法施行規則第四章小学校第三節に記された「学年及び授業日」の第六十一条、六十二条に照らして計算すると、週当たり5時間の授業時数となる。これを時間割に配置すると算数は「毎日、必ず1時間」の学習であり、児童にとってこの日々の算数学習が、算数のみならず広く児童の学習観の形成や学習意欲の成長に影響を及ぼすことを念頭に指導の改善を目指したい。

今次、学習指導要領が改訂され、小学校、中学校、高等学校の算数科・数学科の目標の柱書に一貫して「数学的活動を通して」という一文が示された。小学校学習指導要領の算数科の目標は、次のとおりである(下線筆者)。

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを旨とする。

- (1) 数量や図形などについての基礎的・基本的な概念や性質などを理解するとともに、日常の事象を数理的に処理する技能を身に付けるようにする。
- (2) 日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する力、基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見だし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力を養う。
- (3) 数学的活動の楽しさや数学のよさに気づき、学習を振り返ってよりよく問題解決しようとする態度、算数で学んだことを生活や学習に活用しようとする態度を養う。

平成10年告示の学習指導要領における算数科の目標において「算数的活動」という用語がはじめて用いられ、平成20年告示の学習指導要領算数科においては、その意味を「児童が目的意識をもって主体的に取り組む算数にかかわりのある活動」と規定し、各学年の内容に算数的活動の具体例が示されたが、今次の学習指導要領算数科の目標では「算数的活動」の用語が「数学的活動」に改められた。

平成28年12月の中央教育審議会答申では「数学的に問題を解決する過程」を重視し、「日常生活や社会の事象を数理的に捉え、数学的に表現・処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察する」という問題解決の過程と、「数学の事象について統合的・発展的に捉えて新たな問題を設定し、数

学的に処理し、問題を解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする」という問題解決の過程という問題解決の2つのサイクルが相互に関わり合っている算数指導全体のイメージ（図1）を示している。このイメージは最終的には「数学的活動」と記され、解説書にあるように、「これらの過程は小・中・高等学校共通であることを踏まえ、小学校の算数的活動を数学的活動として捉え直し、記述の仕方を変えることとした」としている。

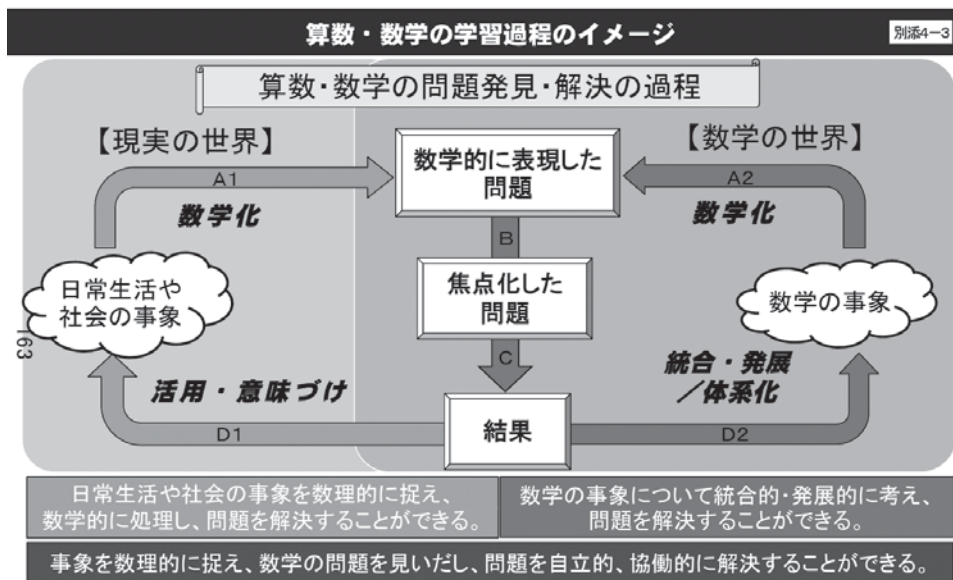


図1 算数・数学の学習過程のイメージ

出典：中央教育審議会答申別添資料4-3

「数学的活動」について、小学校学習指導要領（平成29年告示）解説算数編（以下、解説書）には次のように示されている。（下線筆者）

数学的活動とは、事象を数理的に捉えて、算数の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行することである。数学的活動においては、単に問題を解決することのみならず、問題解決の過程や結果を振り返って、得られた結果を捉え直したり、新たな問題を見いだしたりして、統合的・発展的に考察を進めていくことが大切である。この活動の様々な局面で、数学的な見方・考え方が働き、その過程を通して数学的に考える資質・能力の育成を図ることができる。

## (2) 「様々な局面」について

「数学的活動」を説明する前述の文章にある「様々な局面」という概念について確認しておきたい。平成31年度全国学力学習状況調査解説資料小学校数学（国立教育政策研究所教育課程センター：平成31年4月）において、調査問題の枠組み（表1）の中には「算数・数学の問題発見・解決における局面」（下線筆者）とあり、「本調査の調査問題では、算数・数学の問題発見・解決の過程を様々な局面で捉え、調査問題作成の基本理念に沿って、新学習指導要領の考え方を考慮し、『算数科の内容（領域）』『主たる評価の観点』『算数・数学の問題発見・解決の過程における局面』の3つの視点で調査問題の枠組みを整理し、問題作成に当たった。」と説明されている。

ここで「様々な局面」として示されたものを見ると、中央教育審議会答申で示された「算数・数学の学習過程のイメージ」や「数学的活動の過程」の説明とほぼ同様の過程を示したものとなっていることが確認で

表1 調査問題の枠組み

算数科の内容(領域)	数と計算 量と測定 図形 数量関係	
主たる評価の観点	数学的な考え方 数量や図形についての技能 数量や図形についての知識・理解	
算数・数学の問題発見・解決の過程における局面	日常生活の事象	数学の事象
	日常生活の事象を数学的に捉え、問題を見いだすこと	数学の事象から問題を見いだすこと
	問題解決に向けて、問題を焦点化すること	
	焦点化した問題を数学的に解決し、数学的な表現を用いて筋道を立てて説明すること	
	解決過程や結果を振り返り、意味づけたり、活用したりすること	解決過程や結果を振り返り、概念を形成したり、統合的・発展的に考えたりすること

出典：平成31年度全国学力・学習状況調査解説資料小学校算数p.7

きる。

(3) 広義の局面と狭義の局面

前述の「平成31年度全国学力量学習状況調査解説資料小学校算数」の中では、「算数・数学の問題発見・解決の過程における局面」を以下の「4つの局面」で捉えている。

- ① 日常生活の事象や数学の事象から問題を見出すこと
- ② 問題解決に向けて問題を焦点化すること
- ③ 焦点化した問題を数学的に解決し、数学的な表現を用いて筋道を立てて説明すること
- ④ 解決過程や結果を振り返り、概念を形成したり、統合的・発展的に考えたりすること（解決過程や結果を振り返り、意味付けたり、活用したりすること）

児童が数学的な見方・考え方を働かせて数学的活動を通して学ぶということは、教師が、刻々と変化する児童の思考の様相を的確に捉え、適切に関連付け、正しい理解に導くことであり、そういう指導観に立って解説書に書かれた「様々な局面」という意味を解釈すると、筆者は局面にも、「広義の局面」と「狭義の局面」があると考えている。

「様々」とはまさに「種類がたくさんあるさま」の意味であり、「様々な局面」とは「4つの局面」に限定されるものではないだろう。解説書においても、「数学的活動の様々な局面で、数学的な見方・考え方が働き、その過程を通して数学的に考える資質・能力の育成を図ることができる」とあり、「局面」を規定してはいない。実際、「数学的活動の過程」ではここに示された「4つの局面」に達するまでの「過程」と「局面」がある。

仮に前述の①から④の局面を「広義の局面」とした時、例えば②「問題解決に向けて問題を焦点化する」という局面には、児童が問題を焦点化する過程で様々な局面が考えられる。一例をあげれば、①で提示された「問題」からは異なる複数の解釈が生まれ、その解釈を巡って共通の問題が設定される過程が考えられる。ここでは、対立する解釈の内容のやり取りが「より重要な局面」となるだろう。あるいは、①で提示された問題に対して一人の児童が発した小さなつぶやきに学級全体が揺さぶられ、徐々に問題が焦点化される過程がある。ここでは、つぶやきに対する教師や他の児童の反応や応答が「より重要な局面」となるだろう。すなわち、「問題を焦点化する」という局面の中にはさらにもう一つの局面があると言える。

このように実際の授業においては、一般的に表現できる広義の局面ではなく、具体的であり特殊な状況をあげて捉えなくては見えてこない狭義の局面があり、実際の指導場面ではその局面での対応が授業成立にお

いて極めて重要な場面となっている。

「数学的活動の局面」とは、児童がどのような状態になっていることを言うのか。また、その状態はどのような指導によって導くことができるのか、本稿では事例を通してその様相に着目しながら、以下の2点について考察を行う。

- (1) 算数の問題発見・解決の過程における数学的活動の局面の具体について
- (2) 数学的活動の局面に児童を導く指導の在り方について

## 2. 教材の二重構造と授業の局面

奈須正裕は4年生社会科の授業「校区を走る県道」を例にあげ、授業において「教材は2つある。二重構造を成していると考えてはどうか<sup>1)</sup>と提言している。教材を巡る児童のやりとりの場面は次のようである。

片車線の上、急速な住宅化に伴う交通量の増加。歩道は狭くガードレールもない。歩行者や自転車の危険性が高い。そこに古い神社から御神木が県道にせり出して、その部分はさらに狭くなり、歩行者や自転車の接触事故が後を絶たないという状況である。ここで2人の異なる意見が対立する。A君は「何千年も前からこの町を見守ってくれた御神木を人間の都合で切るとは許されない」という立場である。対照的なB君は「どうせ切るんだったら、さっさと切ったほうがいいよ」とさらっと言っている。A君は黙ってられない。反語調で応戦するが、B君はA君の主張をしっかりと受け止めながらも「問題はそこではない。安全確保だ」と冷静に対応する。

奈須は、このやり取りを「授業づくり全般の観点から見ると、先の議論は教材という概念それ自体の再考をも促すだろう。『筋を通すべきだ』と原理主義的に考えているA君にとって、『木を切るのを延ばすとけがする人が増えるのではないか』と現実主義に考えるB君はおおいに『教材性がある』と考えられる。すっかり思考の異なる拠点に立っている両者だからこそ、互いに相手から学ぶことが多い。」と分析する。似たような場面を算数の第4学年の割合の授業で考えてみたい。

「ボッチャの試合をしました。的玉からの距離を測ると、ひまりさんは8cm、あらたさんは16cmでした。二人の記録の関係を調べましょう。」という問題(表2)を解決するときのことである。この問題に対して、Cさんは、「 $16 - 8$ 」と考えた。Cさんにとっては、「ボッチャのルールは的玉までの距離で勝敗を決める」というルールが前提である。一方、D君は、「 $16 \div 8$ 」と考えた。8、16、24と連なる数字から、倍のイメージを想起したので、「ひまりさんの何倍となるか」について求めてみた。この時、ルールに則った正式な比較をしたCさんにとって、D君の式は現実性のない検討に値しない式である。D君はボッチャのルールには頓着がなく、Cさんの反論を、「まあ、それはそういうルールだけど、これは算数の問題だし」と苦笑いをして聞いている。

このような異なる解釈、すなわち、2量を「差」で捉えたCさんと、「割合」で捉えたD君にとって、それぞれに高い教材性があると言える。また、この2人のどちらかと同様に考えた他の児童にとっても同じように教材性があると言える。結果、Cさんも、D君も、その他の児童も、それぞれが考えた式の背景にある見方・考え方を自ら振り返り、比較検討する過程にこのような「局面」が生じ、異なる視点への移動を経験することができるのである。

奈須は「児童が対決する人・もの・ことを第1の教材、それらの対決を通して生み出された一人一人の児童の思考や感情を第2の教材と見なせば、教材研究の在り方も大きく変わってくると<sup>2)</sup>と提言しているが、数学的活動の局面に児童を導く指導の在り方として極めて重要な視点である。

表2

	距離(cm)
ひまり	8
あらた	16
りこ	24
しょうま	20
ゆづき	12

出典：学校図書 小学校算数4年(下) p.78



### 3. 授業の4段階説と授業の局面

授業の過程を捉える上で、その過程をいくつかの段階に分けて考察したり、改善したりすることは昔から行われてきたが、重松鷹泰の授業の4段階説<sup>3)</sup>は、授業の局面を考察する上で示唆に富んでいる。

重松は授業を4段階として示す前提として、「授業を、子どもたちの思考が教材と対決し、発展していく過程とし、とらえようとするところから、考えだされたものである。また、授業を、学級という集団の活動としてとらええるところから、主張されているものである」とし、第1段階は、「学習の主体であるところの一人ひとりの子どもが、教材と対決して、自分なりの問題を把握する過程である。」としている。具体的な様相としては「児童が自分の前にある事実のわからない側面を意識し、あるいは自分の前にある、ある文章（事実や事態についての見解）が自分の見解と合入れないもののあることを発見し、あるいは自分のおかれている事態が不安定であることを感じこれから脱出しようと意図すること、これが追究の第一歩であり、また授業の第1段階である」というのである。重松の言う「授業」とは、「集団の活動」であるから、「各人の問題がぐいちがったままでは、学級全体の活動としての授業の進展は不可能である」とする。そこで「各人の問題を出しあいながら、みんなで協力して追究する問題を選定しなければならない。この共通問題の設定過程が、授業の第2段階である、追究の第2段階でもある」としている。「共通問題の設定」という第2段階は、授業を「導入・展開・評価」の3段階に分けた場合の「導入部分」に当たる。すなわち、「導入段階が各人の主体的な問題把握と共通問題の設定という2段階として、より詳細に考察されているのである。これは、授業を、児童の主体的な取り組み、集団過程とみるためであり、大切なことである」としている。

重松の言う授業の「第3段階」と「第4段階」についても簡単に触れておきたい。重松は第3段階を「共通問題を解決する過程であって（中略）授業の中核をなす部分で、様々な活動が行われる。」とし、「われわれは、将来この過程をさらに詳細にとらえなければならないが、現在は多種多様なものがあるということ、資料の収集、試案の提出、試案の吟味などの段階があるということ、などとどめておかざるを得ない。」と述べ、「解決試案が生まれる経過の研究が、特に重要である」と提言している。また、第4段階は、一応は問題が解決しても、そこにはなお残された問題があり、また、共通問題の解決も十分なものではなく、そこに新しい問題が生ずる可能性もある。したがって、授業の第4段階は、「残された問題や、新たに発生してきた問題を確認する過程である」と言う。

### 4. 「第2の教材」にある局面

奈須の「第1の教材」「第2の教材」そして重松の「授業の第1段階」「第2段階」について筆者が体験した第1学年の授業（2018年4月25日三鷹市立高山小学校）での一場面から録音データを基に考察してみたい。なお、本事例で表記された児童名は仮名である。

#### (1) 授業の実際

筆者が教室後方から入ると、児童が数字の「6」をノートに書いていた。ぐるっ、と回る6の形を書くのは、この時期の児童にはなかなか難しく、どの児童も熱心に取り組んでいる。その様子を後方から伺いながら筆者は次のように声をかけた。

0:00

T「みなさん、『6』が上手に書けるようになっていきますね。ところで、私の名前は…や、な、せ、や、す、し…『6』ですね」

(指を折って自分の名前をはっきりと唱える)

(教室の1年生児童も一緒に確かめる)

0:20

C1「あ、ほくもだ！」

T「え！ あなたも『や・な・せ・や・す・し』なんだ。ぐうぜんですね（笑）」

（一同、笑う）

C1「ちがう、ちがう。ほくは、『な、い、と、う、り、く』で『6』です。」

学級の児童が一斉に指を折って確認する。「ほんとうだ！」と同意の声。続いて、「わたしも6だ」「ほくは5だ」と自分の名前や友だちの名前の文字数を確認する児童の声が続く。名前の文字数と数詞の一対一対応させる活動もこの時期の児童には大切な活動ではある。

この場面は、次の児童の一声で数学的活動の局面へと質的变化をする。

1:02

C2「でも……、2人の『6』は、ちょっとちがうと思う」（1:02）

T「へえ～、どこがちょっとちがうの？ ないとう君、わかる？」

C1「（首を横にふる）」

C2「あのね、校長先生は、やなせ・やすし。だから3と3。ないとう君は、ないとう・りく。6だけど、4と2。」

T「なるほど」（他の児童からは説明に関するつぶやきが複数起きる）

1:42

C2「だから、6は6でも、ちがう6なの」

と、説明を終える。

筆者はC2の説明を聞きながら黒板に図2のように表記した。

児童は板書を見ながら、次のように数の分解・合成に関する活動に発展する。

C3「6が2つに分かれている」

C4「でも、合わせると、どっちも6だよ」

C5「ほくは『まき・かずゆき』。2と4の6だ。」

C6「1と5の名前の人っているのかな？」

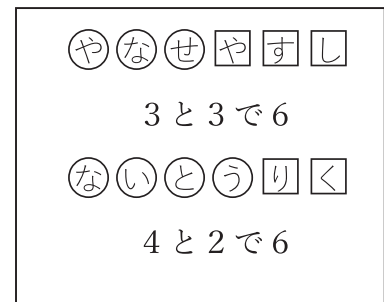


図2 板書

## (2) 数学的活動の局面に関する考察

数学的活動の局面を捉える上で、筆者は1分02秒から1分42秒までの児童C2の活動に着目した。

まず、教師の働きかけに対して、児童C1が、「僕も6だ」と反応する。その言葉を聞いた多くの児童が指を用いて「6」を確認する。ところが、児童C2が「でも……2人の『6』は、ちょっとちがうと思う」と疑問の声をあげる。筆者は、「どこがちょっとちがうの？」と問い返すと、児童C2は、「校長先生は、やなせ・やすし。だから3と3。ないとう君は、ないとう・りく。6だけど、4と2。」と、数学的な概念を適応した説明を始める。そして、児童C2は結論として、「だから、6は6でも、ちがう6なの」と「6」の合成分解の仕組みに基づいて自分の考えの理由付けをしている。「でも」で始まる児童の見方・考え方は教室内では小さなつぶやきとして存在している。同時に「つぶやき」には授業に質的变化を起こす上で重要な問いや反例が含まれることが多く、そのため指導者は意識して聴きとることが重要である。

筆者は、この説明を図2のように板書で表現し、児童C2の考えが学習集団全体に理解されるように進行了。これを基に複数の児童が自分の名前を数に変換し、数の合成分解へ着目した活動を発展的に行っている。

## 5. 数学的活動の局面を生み出す場面とその局面

奈須、重松らの研究や筆者の実践から、数学的活動の局面に児童を導く指導を構想する際、次の3つの場面を設定し、そこでの局面を捉えた指導の在り方を考察する。

- (ア) 児童が問題に働きかけ、問題全体の文脈を把握する場面とその局面
- (イ) 児童の思考や感情に分化・対立などの問いが生まれる場面とその局面
- (ウ) 児童の中で成長してきた数学的な見方・考え方が生きて働く場面とその局面

本稿では、この3つの場面で見られる局面が、事象を数理的に捉え、数学の問題を見だし、問題を自立的・協働的に解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりする過程としての有効性を実践から得られた事例を通して考察する。題材は第5学年「平行四辺形の求積」である。令和2年2月19日、都内公立小学校での筆者による授業実践である。

### (1) 検証1——児童が問題に働きかけ、問題全体の文脈を把握する場面と局面

図形の求積問題は、図3のような教材が多い。このように面積の求め方を直接的に問われた時、解決者本人である児童は、なぜ今このことが問題となるのかを了解していない。多くの児童が問題解決の全体像を成すはずの文脈を把握しないまま、教師の発問に誠実に答えて学習は進んで行く。しかし、児童の側に切実な問いがないままに展開するので、手に入れた知識は実感的理解とは程遠く、その知識は生きて働きにくいことが指摘されている。その一例として2007年の全国学力・学習状況調査の小学校算数の問題がある。単に平行四辺形の面積を問うA問題の正答率が86%だったのに対して、平行四辺形の土地が地図の中に埋め込まれ、数値が複数示されたB問題では正答率が18%であった<sup>4)</sup>。こうした結果より、具体的な文脈や状況を含みこんだ教材提示の工夫を試みた。

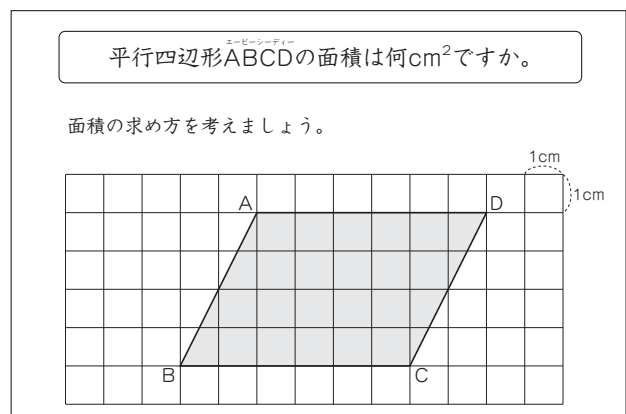


図3

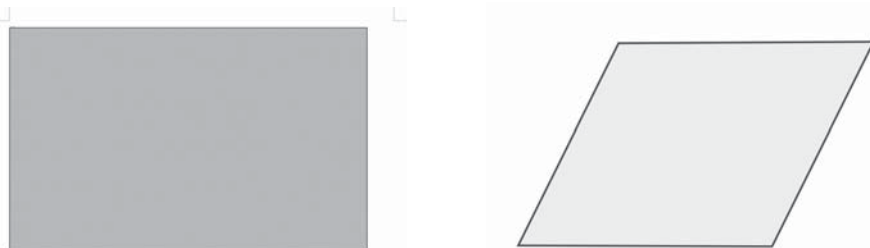


図4

まず、黒板に図4のような緑の長方形と青の平行四辺形の提示し、「緑の長方形と白の平行四辺形、どちらの面積が広いだろうか」と問う。全員が長方形と答える。

そこで、「だれもが納得する方法で確かめてほしい」と伝える。A君が手を挙げて、図5のように重ねて、直接比較で確かめる。全員が納得する。

次いで、教師はその図5を指して、「では、白の平行四辺形と、その平行四辺形の周囲の緑の部分、どちらが広いだろうか？」と指で部分を指しながら判断を迫る。

ここで判断は2つに分かれる。白の平行四辺形を選んだ児童が24人、緑（長方形から平行四辺形を除いた部分）を選んだ児童が5名いる。目を皿のようにして図を見ていた児童が、「同じくらいだ」という。結局、判断は3つに分化し、ここで「どちらが広いか、はっきりさせよう」という共通の目的が確定された。

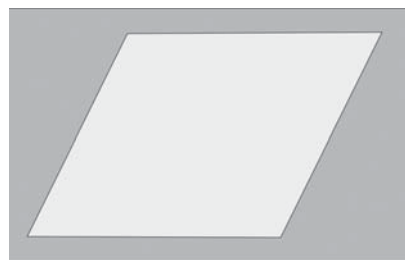


図5

## (2) 検証2——児童の思考や感情に分化・対立などの問いを生み出す場面と局面

B君が「長方形の（辺の）長さとか教えてもらえますか？」と言う。感覚によって3つに分化した判断を、児童が論理で解決しようと動き始める。教師は「それがわかったら、どんな手順で比べるのかな」と問い返すと、児童は口々に「面積を求める」「長方形から平行四辺形を引き、平行四辺形の面積と比べる」と答える。教師はまず、既習の「長方形」の2辺の長さについて、「たて10cm」「横16cm」と板書する。すぐさま、「 $160\text{cm}^2$ だ」と声があがる。

「平行四辺形」については、児童が平行四辺形の「どの構成要素を知りたいと考えているのか」を明らかにしたい。そこで教師は「ノートに平行四辺形のどこの長さを知りたいかを書いて下さい」と指示を出す。机間観察をすると、28名中9名の児童が図6のように2辺の長さを知りたいと記述している。これを取り上げて、「横の辺と斜めの辺の長さを実際に測ってもらいましょう」と授業を進める。

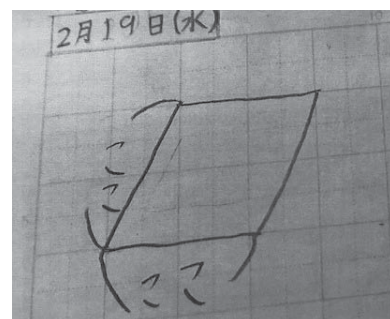


図6 児童のノート

実測すると図7のような測定結果となった。

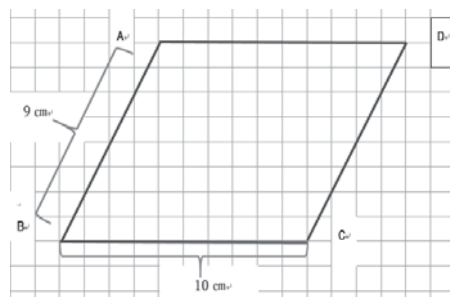


図7

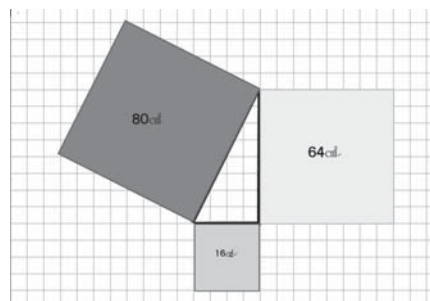


図8

辺ABは3人の児童らの手によって「9cm」と実測されたが実際には図8で分かるように $\sqrt{80}$ 、すなわち、 $8.9442\cdots\text{cm}$ である。これを教師から「9cm」と示すことは嘘を教えることになるのでここではあくまで児童の手で「実測」をさせている。

実測を実行した後、改めて、「これで平行四辺形の面積が求められるかな？」と問うと、Gさんが「 $90\text{cm}^2$ 」と声に出して答える。すかさずE君が「それは違います」という。E君の目を見るとGさんの答えを強く否定しようとする色が伺われる。そこでE君と目を合わせたまま、「E君は『 $90\text{cm}^2$ 』が違うって思うんだ。」と受け止め、続けて「でも、Gさんが『 $90\text{cm}^2$ 』と言った気持ちは理解できないかな？」と問い返す。E君は「わかるけど、ちょっと違う」と先ほどよりも態度が柔らかくなる。それを聞いていたHさんが素直に「私も $9 \times 10$ って考えました」と言う。Jさんも「私も $90\text{cm}^2$ だと思う。でも、もしかしたら違うかもしれない。だって私たち、まだ平行四辺形の公式を習っていないから。」と自分たちの状況を分析する。

児童の知っている平行四辺形の定義は「向かい合う2組の辺が平行な四角形」なので、2辺の長さを測定し、



長方形の求積の公式を適応して $9 \times 10 = 90$ と捉えたことは筋の通った見方・考え方である。だからこそ、知識先行の児童の思考に矛盾や分化・対立が生まれる。また、こうした議論に沈黙を貫く児童の多くは、公式は知ってはいるものの、なぜ、そうなるのかいまひとつ理解していないレベルの児童である。そういう児童にとってもこの局面は重要な過程であり、この後、自らの手で検証する価値のある問題となる。

**(3) 検証3——児童の中で成長してきた数学的な見方・考え方が生きて働く場面と局面**

教師は、この問題解決の支援のために図9の2つの教具を児童に渡した。左は工作用紙でつくった平行四辺形（ $10\text{cm} \times 8\text{cm}$ ）であり、右は黒板に提示した問題と同様のペーパーである。

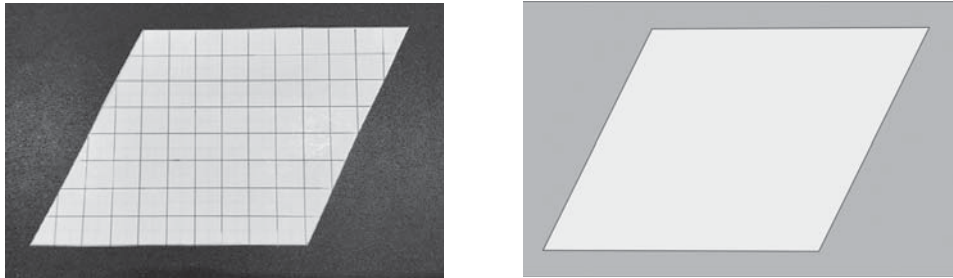


図9

児童はこれまでに長方形と正方形で構成された複合面積を等積変形したり分割したりして求める学習してきた。そこでここからは、児童がこれまで蓄積してきた数学的な見方・考え方を自由に働かせ、平行四辺形の求積をする操作活動の時間を設けた。時間は約15分間である。以下は、操作活動が終わり、教師の指名によって自分の考えを説明したA君、Jさん、E君、Gさんの数学的な見方・考え方の要約である。

**① A君の見方・考え方**

授業の導入場面で、長方形に平行四辺形を直接比較したA君の説明である。A君は、図10のように平行四辺形内にある2つの直角三角形（ $4\text{cm} \times 8\text{cm} \div 2$ ）に着目し、これを分割し、残った $8\text{cm} \times 6\text{cm}$ の長方形を縦に6つの長方形（ $8\text{cm} \times 1\text{cm}$ ）に分割した。そして、それらのパーツを図11のように平行四辺形の周囲の部分に重ねて、「こうすると同じ広さだと分かります」と結論付けた。この操作はこの図形ならではの可能な特殊な直接比較である。この操作から平行四辺形の公式を一般化することは難しい。しかし、「どちらが広いか」という問題の文脈に合った解決であり、このアイデアに多くの児童が共感と納得を示した。

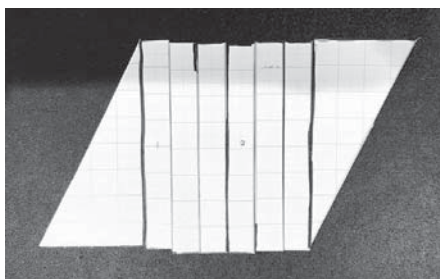


図10 A君の見方・考え方

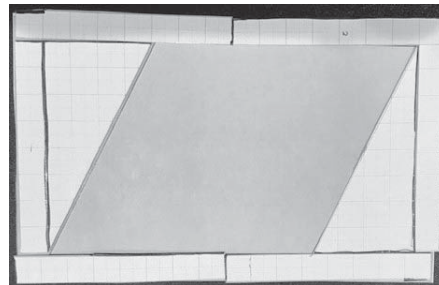


図11 A君の見方・考え方

**② Jさんの見方・考え方**

「私も $90\text{cm}^2$ だと思う。でも、もしかしたら違うかもしれない。だって私たち、まだ平行四辺形の公式を習っていないから。」と語ったJさんの考え方である。まず、平行四辺形の内部に直角三角形に着目し、その部

分を切り取って移動し、長方形に変形した。次に図12のようにその長方形を180°回転させて、10cm×16cmの長方形に重ねて、「平行四辺形が2つ分で長方形になる」と2段階の操作を経て発見した。また、「この長方形の半分が平行四辺形で、どちらも同じと言えます」と問題の文脈に正対した結論付けができています。Jさんは、平行四辺形を長方形に等積変形した際に、「 $8\text{cm} \times 10\text{cm} = 80\text{cm}^2$ 」という計算による処理は行わず、操作によって「長方形の半分」と判断している。しかし、その結果、平行四辺形の面積が長方形の半分の「 $80\text{cm}^2$ 」となることに気付いている。この2段階の操作は平行四辺形の公式を一般化する過程で効果的な操作と言える。

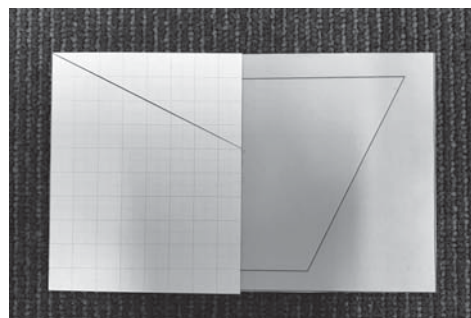


図12 Jさんの見方・考え方

### ③ E君の見方・考え方

「 $90\text{cm}^2$ 」の答えに対して、「それは違います」と明言したE君の説明である。E君は先行知識があって既に平行四辺形、三角形、台形の求積公式を既に知っている児童である。操作活動もいち早く終え、説明の時間を待っていた。指名されると図13を掲示して、「まず、ここを切って、こっちに持ってきて長方形にします。切ったこの部分の三角形は、底辺が4cm、高さが8cmで $4 \times 8 \div 2 = 16\text{cm}^2$ です。」と話し始めた。

三角形の求積は未習事項である。そこで教師が、「三角形の面積の求め方はクラスみんなが知っていることですか?」と声をかける。すると、E君は「習っていなくても三角形の面積は分かります」と言って、「この長方形の半分 ( $4 \times 8$ ) だから、 $16\text{cm}^2$ です」と指で長方形を示し、次のように続けた。「次にこの三角形に、こっちの台形を足します。台形の面積は、えー……」と言葉を詰まらせた。

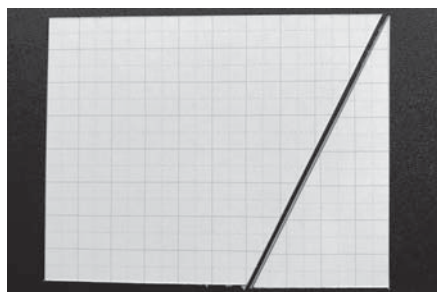


図13 E君の見方・考え方

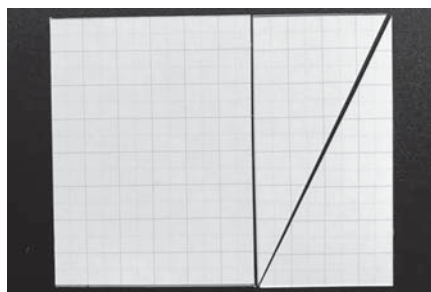


図14 Gさんの見方・考え方

ここまで話すとE君は自分が意図した説明と全く違うものになっていることに気付く。困惑の表情を見せ、十数秒の沈黙となった。既習の長方形に変形した図13はもはや、「三角形」と「台形」にしか見えなくなっている。そこで教師はE君の説明を援助するために、Gさんが操作した図14をE君の目の前に掲示した。

すると、「あ、わかった!」と言い、図14を使って、「ここにある2つの三角形があって、これが長方形になって、この長方形とこの長方形を合わせて、この長方形全体が平行四辺形の面積ということになります」と早口で説明を終えた。

E君は操作の段階では、等積変形のアイデアを用いて、「平行四辺形は、 $10 \times 8$ の長方形と同じである」と説明するつもりだった。しかし、説明を始めると新たな見方が働き、操作して作った図13の長方形の中に「三角形」と「台形」が見えてしまった。さらに先行知識があったため、三角形の求積方法や台形の求積方法を用いた説明に変更してしまい、結果、意図しない説明となってしまった。換言すれば、持っている知識を活用できなかった事例、あるいは、知識が転移できなかった事例とも言える。

#### ④ Gさんの見方・考え方

Gさんは授業の前半で、平行四辺形の2辺を10cmと9cmと実測した後に、「 $90\text{cm}^2$ 」と声を上げた児童である。Gさんは前述の図14のように、平行四辺形内にある2つの直角三角形（ $4\text{cm} \times 8\text{cm} \div 2$ ）を切り取り、組み合わせて、 $8\text{cm} \times 4\text{cm}$ の長方形を作った。そして、 $8\text{cm} \times 6\text{cm}$ の長方形と合わせて「 $32\text{cm}^2 + 48\text{cm}^2 = 80\text{cm}^2$ 」という結論に至っている。当初、「 $90\text{cm}^2$ 」と考えていたGさんにとってはこの結論をふり返る価値がある。そこで教師は、Gさんの操作の手順を全体と確認しながら式に置き換えて、当初にGさんが考えた「 $9 \times 10$ 」の式と比較した。

$$8 \times 4 + 8 \times 6 = 8 \times (4 + 6) = 8 \times 10 \Leftrightarrow 9 \times 10$$

このように具体的な操作活動を抽象的な式表現に置き換えることによって、平行四辺形の求積は「一辺×一辺ではない」ことの意味理解が確かなものとなる。

## 6. 省察

著者が実践を考察してつくづく思うことは、児童の思考や心理を数学的活動の局面に導く上での教師の臨機応変な対応、いわゆる、教育的タクトの重要性である。授業におけるタクトとは、「問いを仕掛けることによって論争・問答が展開されていく、そうした過程を組織していく際に教師が刻々と発動していくものである。教師のタクトによって授業は展開されていく<sup>9)</sup>」ものである。「数学的活動の局面」は、事象を数理的に捉えて、算数の問題を見だし、問題を自立的、協働的に解決する過程を遂行するときに働く数学的な見方・考え方であり、その過程に現れる「局面」は、個の見方・考え方が他者の見方・考え方に対して矛盾や分化・対立を生み出すときや、その調整や解決に向かって行われる自立的な思考や協働的な学びの中に見いだすことができる。本稿ではそうした仮説に基づいて、児童の思考や心理を局面に導く上で有効であろうと仮定した3つの指導場面とその局面を想定した授業を構想・実践し、考察を試みた。言うまでもなくその効果については今後も実践を通じて検証していかなければならない。

### 【注】

- 1) 奈須正裕. (2019.9.17)「教材は2つある」内外教育 新学習指導要領と授業づくり【第25回】 pp. 4-5
- 2) 同上
- 3) 重松鷹泰. (1971)『初等教育原理』国土社 pp. 162-168
- 4) 奈須正裕. (2020)『ポスト・コロナショックの授業づくり』東洋館出版社 pp. 21-25
- 5) 吉本均. (1985)『授業成立入門—教室にドラマを!』(教育新書5) 明治図書 p. 146

### 【参考文献】

- 文部科学省. 小学校学習指導要領 (平成29年告示)
- 文部科学省. 小学校学習指導要領 (平成20年告示)
- 文部科学省. 小学校学習指導要領 (平成10年告示)
- 文部科学省. 小学校学習指導要領 解説 算数編 (平成29年告示)
- 中央教育審議会. 幼稚園、小学校、中学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善及び必要な方策等について (答申)、別添資料 (平成28年12月21日)
- 国立教育政策研究所教育課程センター. 平成31年度全国学力学習状況調査解説資料小学校算数 (平成31年4月)
- 学校図書. 『みんなと学ぶ小学校算数4年生 (下)』 pp. 78-79