

ルービックキューブの解法の Excel でのプログラミング

Programming of the solution of Rubik's cube by Excel

佐藤健治*, 橘亮平*

Kenzi Satô * and Ryohei Tachibana *

*玉川大学工学部マネジメントサイエンス学科, 194-8610 東京都町田市玉川学園6-1-1

* Department of Management Science, Faculty of Engineering, Tamagawa University, 6-1-1 Tamagawagakuen, Machida-shi, Tokyo 194-8610

Abstract

We make a computer program to solve Rubik's cube by VBA(Visual Basic for Applications) on Excel and we consider 12 orbits of patterns of Rubik's cube.

Keywords: Rubik's cube, Excel, VBA(Visual Basic for Applications), group theory

1. はじめに

ルービックキューブの解法を, Excel を用いてプログラミング化した. なお, プログラミングについては Excel に備わっている VBA(Visual Basic for Applications)を用いる. Excel を用いた理由は, 表計算ソフトである Excel のセルがルービックキューブの展開図を表示するために便利だと考え, Microsoft Office のソフトがインストールされている PC があればどこでも研究ができるという利点もあったためである.

研究の手順は, まず, ルービックキューブを六面揃える解法を考える. 次に, Excel 画面の設計を行い, 解法の手順を VBA でプログラミングしていく. 最後に, ルービックキューブの代数的考察を行なう. なお, 1~6 節は橘が, 7 節のみを佐藤が執筆した. 数学の慣例に従い著者名は名簿順とする.

2. ルービックキューブを六面揃える手順

今回六面揃えるために用いる解法は, LBL (Layer By Layer) 法という一段ずつ揃える手

順で完成を目指す方法である. しかし, 橘が六面揃える手順を一から全て考えることは困難であったため, 下段(白面)を橘の考えた方法で手順化し, 中段と上段(青面)については, Web サイト「ルービックキューブ簡単 6 面完成攻略法<初心者向けのわかりやすい解き方>」の方法をもとに手順化を行なっている.

手順の表記については, それぞれの面に名称を図 1 のように付けた. また, 回転動作については各色(白, 赤, 青, 橙, 黄, 緑)の頭文字(W,R,B,O,Y,G)と左右(L,R)の 90 度回転を組み合わせで説明していく. また, 角キューブを「角」, 辺キューブを「辺」と表記する.

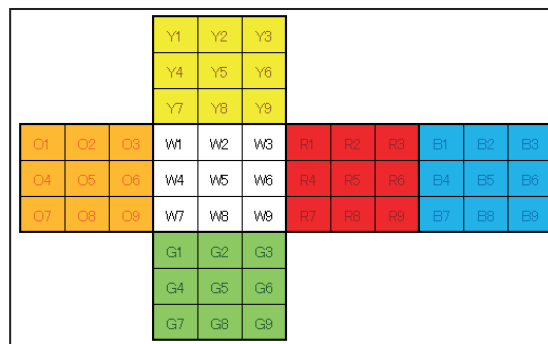


図 1 配置と名称

3. 下段(白面)を揃える

白面を揃える方法は大量にあるため、今回は図1のW2,W8,W4,W6の順で辺を揃えてから、角のW1,W3,W7,W9を揃える手順で行う。揃える順番が決まっているため、後に揃える面がすでに正しい位置にあったとしても、揃えようとしている面を優先して揃えていく。

3.1. 下段(白面)の辺を揃える

①W2を揃える場合.

W2が存在しうる角の全ての位置からW2の正しい位置に動かす手順を考えていく。

例1：R2の位置にW2がある場合

下図のように黄面を右に90度回転させる。

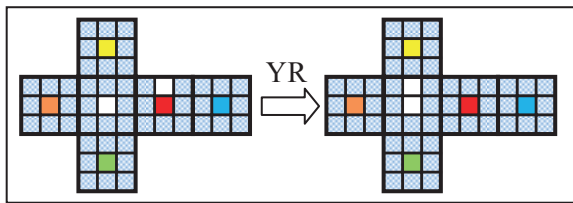


図2 W2がR2にある場合

例2：Y4の位置にW2がある場合

橙面を右に90度回転させたあと、白面を右に90度回転させる。

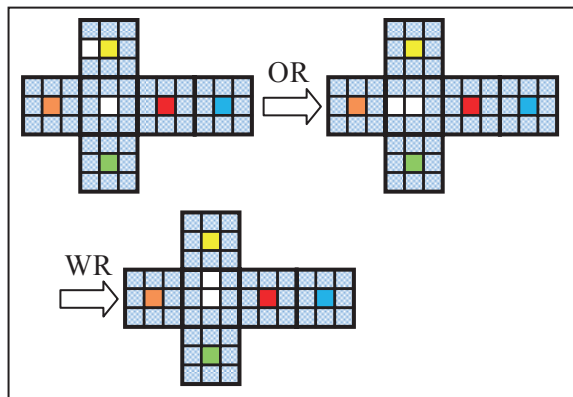


図3 W2がY4にある場合
以下同様にして、W2を揃えていく。

②W8を揃える場合.

W8が存在しうる角面のすべての位置からW2を外さないように正しい位置に動かす。

例1：R8の位置にW8がある場合

下図のように緑面を左に90度回転させる。

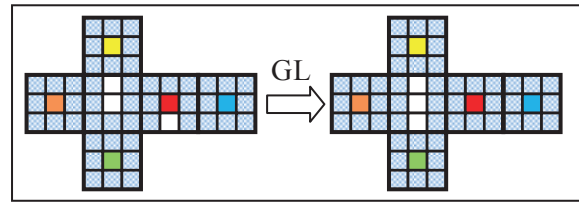


図4 W8がR8にある場合

例2：R6の位置にW8がある場合

赤面を右に90度回転させたあと、緑面を左に90度回転させる。

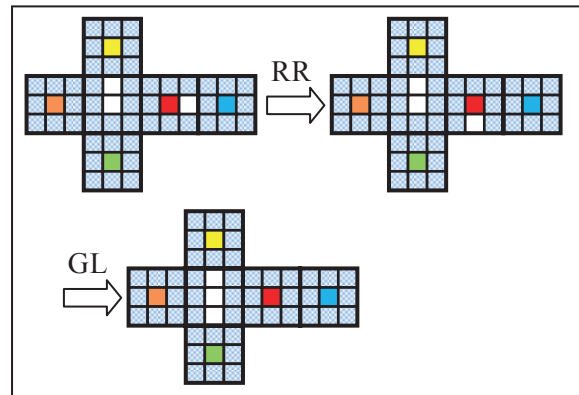


図5 W8がR6にある場合

このようにW8を揃えていく。その後、W4,W6の順に揃え、白面の辺を完成させる。

3.2. 下段(白面)の角を揃える

辺を揃え終わった後、W1,W3,W7,W9の順で角を揃えて行く。

①W1を揃える場合.

W1が存在しうる角面のすべての位置からW1の正しい位置に動かす手順を考えていく。

例1：Y1の位置にW1がある場合

黄面を右に90度回転、青面を右に90度回転、最後に黄面を左に90度回転させる。

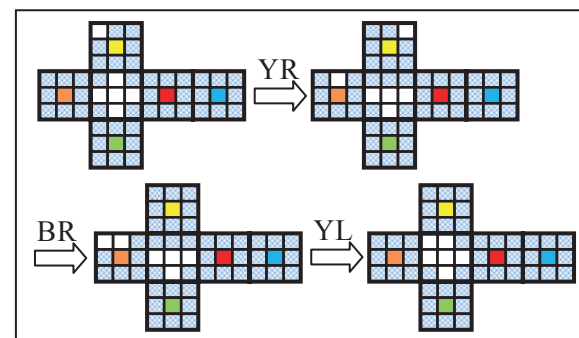


図6 W1がY1にある場合

例2：O1の位置にW1がある場合

橙面を左に90度回転，青面を左に90度回転，最後に橙面を右に90度回転させる。

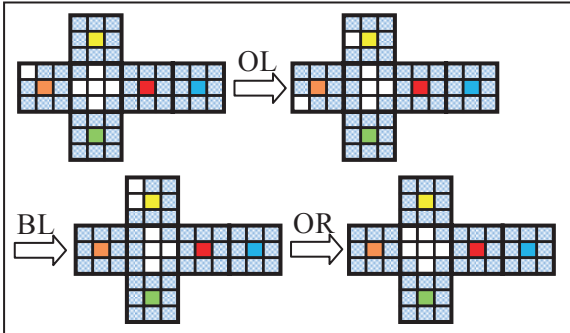


図7 W1がO1にある場合

他の場合も同様にして，W1を揃えていく。

W1が揃った後はW3,W7,W9の順で角を揃えて行くことで白面を完成させる。

4. 中段を揃える

中段を揃える場合，以下の2パターンを用いて色を揃えていく。揃えたい2色のうち左側の色が上面にある場合はパターン1，右側の色が上面にある場合はパターン2を行う。なお，このパターン1とパターン2は鏡映の関係である。もし，中段に配色が逆の状態ですでに入っていた場合や，他の中段にある場合は，パターン1（もしくはパターン2）を行い一度中段から上段に出し，手順を行う。以下のパターンは黄面と赤面の間を揃える場合の動かし方である。

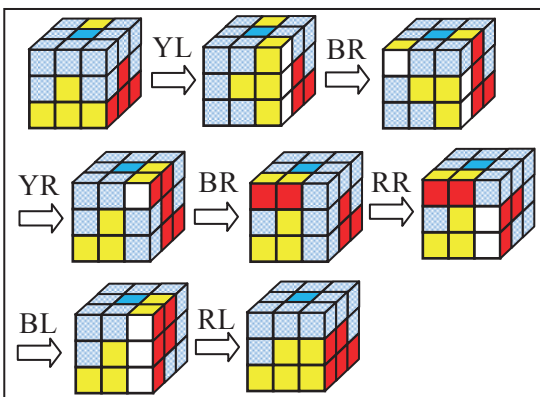


図8 パターン1(左の色が上段)

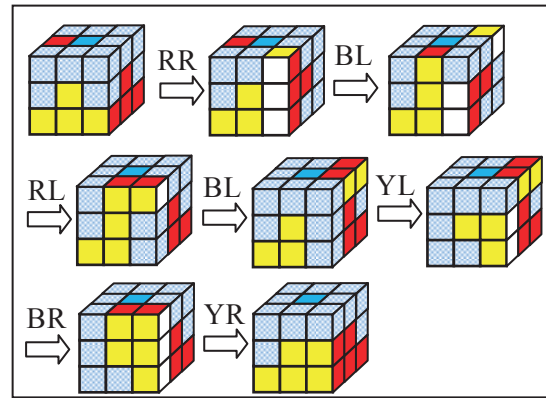


図9 パターン2(右の色が上段)

この2パターンを用いて揃え，4つの中段面すべてでこの作業を行うことで，中段を揃えることができる。

5. 上段（青面）を揃える

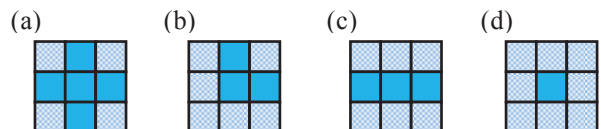
上段を揃えるために，以下の手順で行なう。

- (1) 上面の辺の色を揃える(十字を作る)
- (2) 上面の角の色を揃える
- (3) 上段側面の角の色を揃える
- (4) 上段側面の辺の色を揃える

なお，(1)(2)では側面の色は気にせず，(3)(4)で側面の色が揃うように移動させる。

(1) 上面の辺の色を揃える(十字を作る)

上面十字に存在する青面の個数は，1個(中心のみ)，3個，5個(十字)の3通りである。3個の場合はL字とI字に並んでいる場合があるため，それを踏まえて考えると全てで4通りある。すでに揃っている場合を(a)とし揃え方は以下の通り。(これら以外の並び方がないことは7節参照。)



(b) の場合

下図のパターンを行なうことで一段目二段目を移動させず揃えることができる。

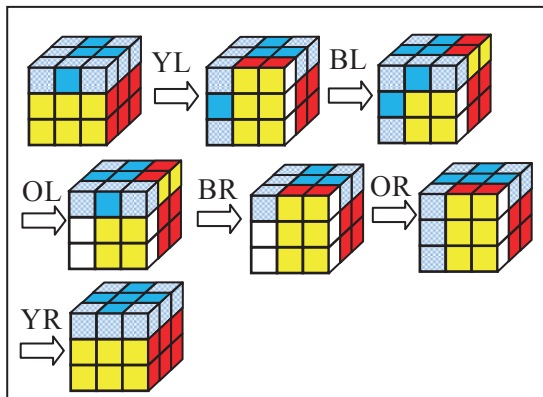


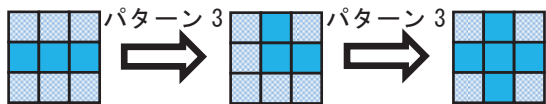
図 10 パターン 3(黄面が正面の場合)

このパターンによって上段は、

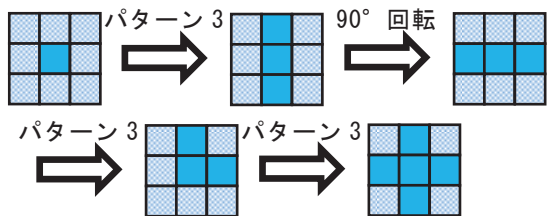


このように移動し、③と④は側面と色が入れ替わる。この移動を当てはめていく。

(c) の場合



(d) の場合

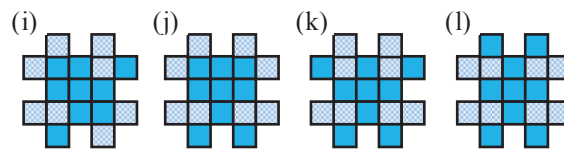
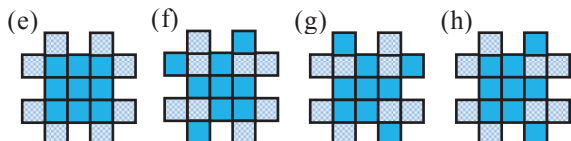


このように、パターン 3 を用いると青十字を作ることができる

(2) 上面の角の色を揃える

上面の角の色を揃えるために、(1) と同様に上面の状態ごとに揃える方法を示していく。

上段の青面の位置は、すでに揃っている場合を(e)とし以下の8通りがある。(これら以外の並び方がないことは7節参照。)



(f) の場合

下記のパターンを行なうことで一段目二段目を移動させず揃えることができる。

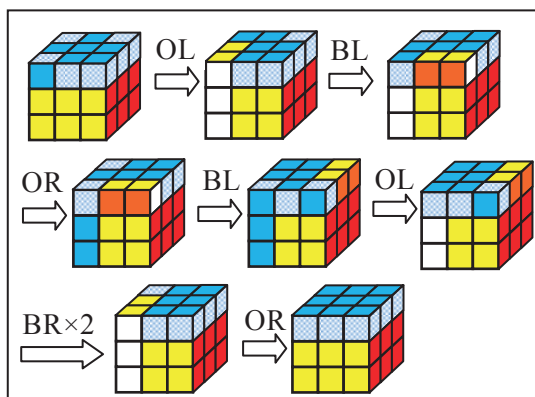
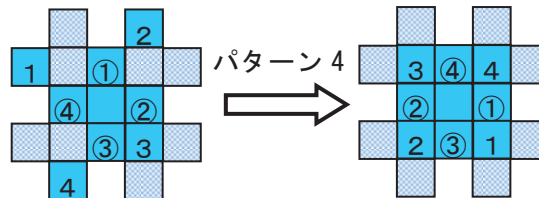


図 11 パターン 4(黄面が正面の場合)

このパターンによって上段は



このように移動し(f)は揃っている。

(g) の場合

次のパターン 5 を行なうことで一段目二段目を移動させず揃えることができる。

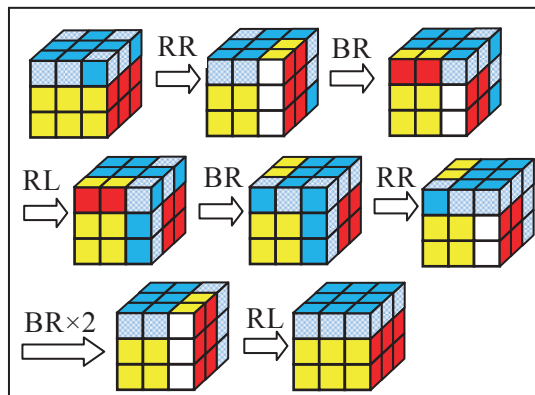
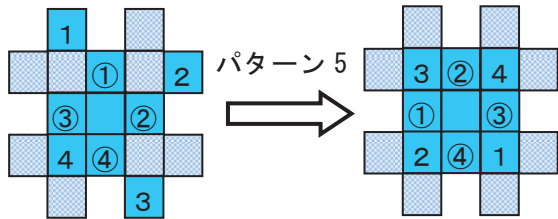


図 12 パターン 5(黄面が正面の場合)

このパターンによって上段は、



このように移動し(g)は揃っている。なお、このパターン5とパターン4は鏡映の関係であるが、後ほど用いるため別パターンとした。

(h) の場合

下記のパターン6を行なうことで一段目二段目を移動させず揃えることができる。

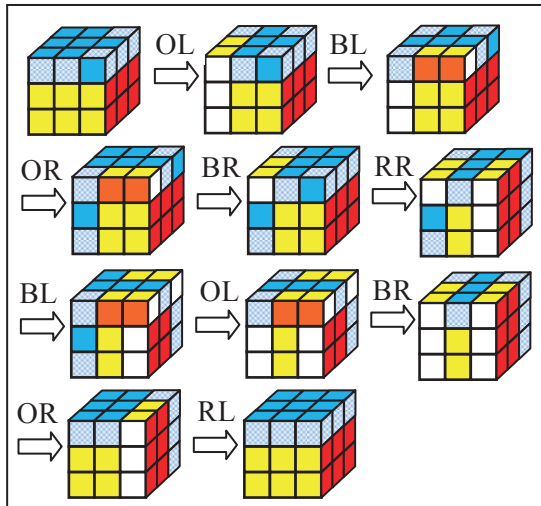
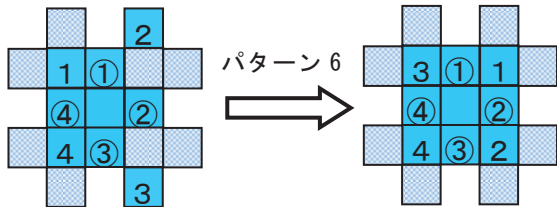


図13 パターン6(黄面が正面の場合)

このパターンによって上段は、



このように移動し(h)は揃っている。

(i) の場合

下記のパターン7を行なうことで一段目二段目を移動させず揃えることができる。

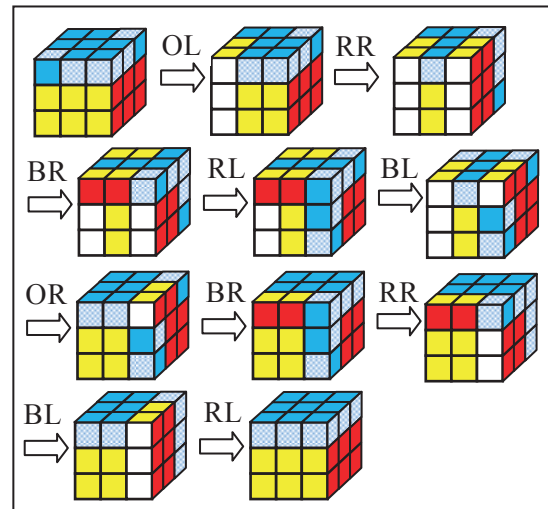
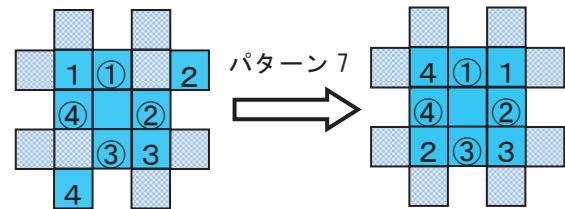


図14 パターン7(黄面が正面の場合)

このパターンによって上段は、

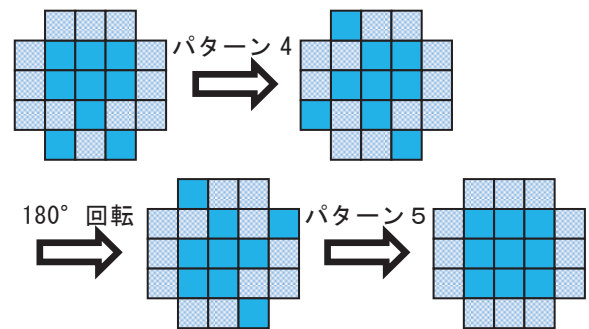


このように移動し(i)は揃っている。

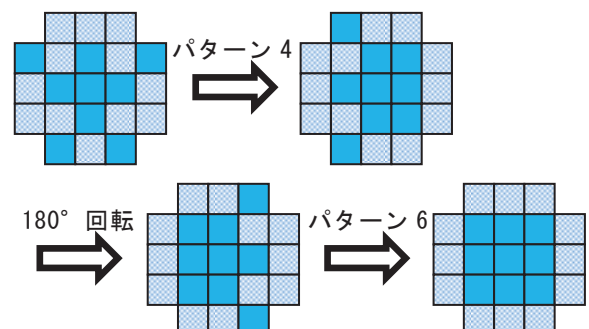
(j)-(l) の場合

これらについては、パターン4からパターン7までを組み合わせ揃えていく。

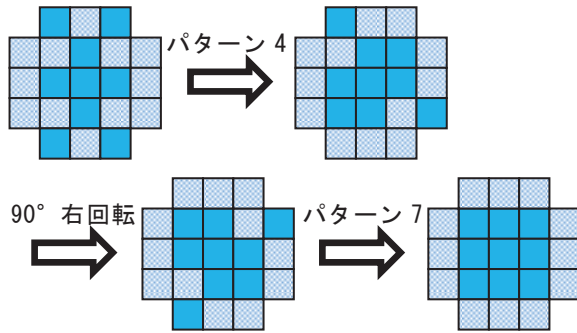
(j) の場合



(k) の場合



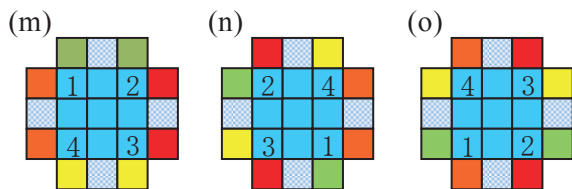
(l) の場合



以上のいずれかの方法で上面を揃えることができる。

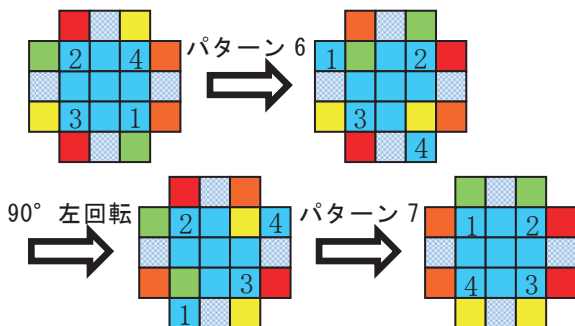
(3) 上段側面の角の色を揃える

上段側面の角の色を揃えるため角の配置パターンを考える。なお、正しい並び方は(m)のとおり右回りで1, 2, 3, 4と並ぶこととする。他の組み合わせは、横並びが一致しているか対角が一致しているかの2通りある。(これら以外の並び方がないことは7節参照。)



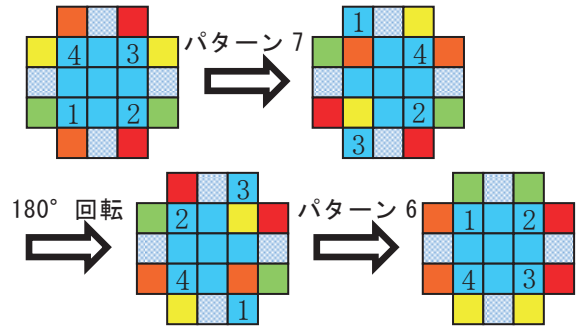
(n) の場合(側面の角が1組揃っている場合)

正しい並びを右側に回してから次の手順を行なう。下図は、側面の角のうち橙面が揃っている場合である。



(o) の場合(側面の角の色が1組も揃っていない場合)

どの向きでもよいので以下の手順を行なう。

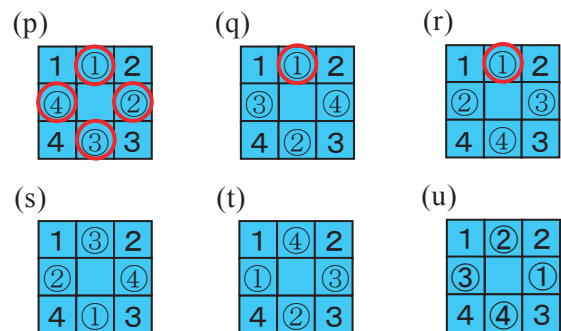


上図では位置までそろっているが、揃っていない場合でも右回りで1, 2, 3, 4となっているため、適切な位置まで上段を回転させればよい。

このように動かすことで上段側面の角の色を揃えることができる。

(4) 上段側面の辺の色を揃える

上段側面の辺の色を揃えるため以下の組み合わせを考える。正しい並び方を(p)のとおり右回りで辺は①, ②, ③, ④, 角は1, 2, 3, 4と並ぶとする。組み合わせは、正しい位置が1ヶ所と残りの辺が右(左)回りにずれている(q)と(r), 対辺同士の入替わりの(s), 隣り合う辺同士の入替わりの(t)と(u)の場合がある。なお、配置の正しい辺は赤丸で表す。(これら以外の並び方がないことは7節参照。)



(q) の場合 (右回りにずれているとき)

正しい位置のキューブを上を持ちパターン 8 を行なう。

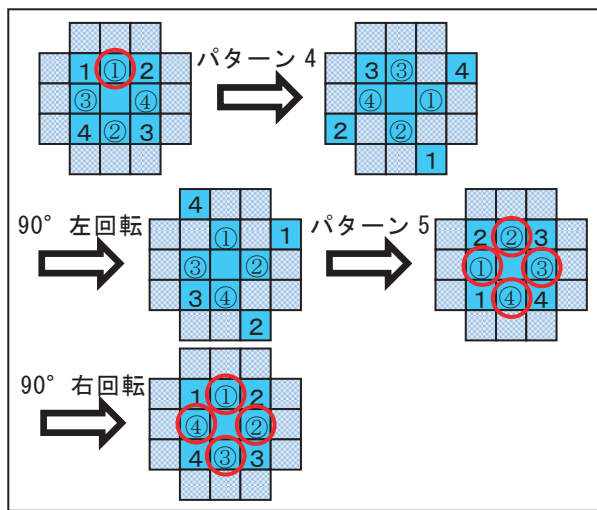
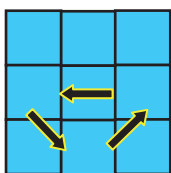


図 15 パターン 8

よって、パターン 8 では上面の角を移動させず上にした辺以外の辺の位置を反時計回りに動かすことができる



(r) の場合 (左回りにずれているとき)

正しい位置のキューブを上を持ちパターン 9 をおこなう。

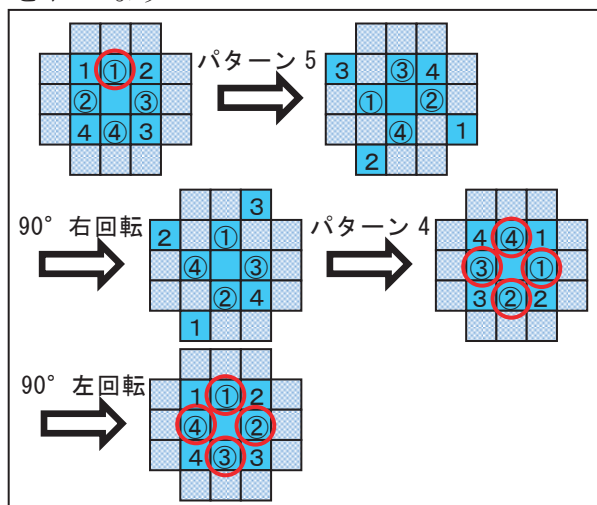


図 16 パターン 9

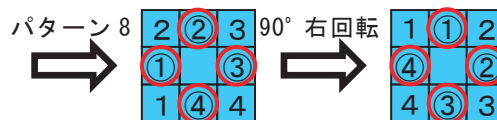
パターン 9 により上にした辺以外が時計回りに移動する. (p) と (q) は鏡映の関係であり, パターン 8 を 2 回行なえばよいのだが, (s) と (u) で用いるため別パターンとした.

(s)-(u) の場合は上記パターン 8 とパターン 9 を用いて移動させる.

(s) の場合

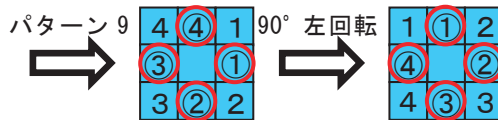


(t) の場合



(u) の場合

(t) と鏡映の関係にあり, 以下の手順で行なえばよい.



以上の手順で上段を揃えることができ, ルービックキューブの完成となる.

6. VBA を用いた解法のプログラミング

画面設計

先ほど示した解法を Excel の VBA を用いてプログラムを作成した。画面の設計は下図のように行ない、右側の展開図の位置で完成するようにプログラミングした。また、左側の展開図はルービックキューブの開始状態を表示するためにあり、下に二つあるルービックキューブの立体画像は 3 面ずつ表示しており選択した回転に連動して動くようになっている。

ボタンについては以下の通り、

- [①W2]-[⑧W9]：白面を一つずつ揃える
- [白面]：[①W2]から[⑧W9]を一度に実行

- [①Y4&O2]-[④O8&G4]：中段を一つずつ揃える
- [側面中段]：[①Y4&O2]から[④O8&G4]を一度に実行
- [①十字]：上面の十字を揃える
- [②上面]：上面を全て青色に揃える
- [③側面]：側面の色を揃える
- [青面]：[①十字]，[②上面]，[③側面]の順に実行
- [ALL]：[白面]，[側面中段]，[青面]の順に実行
- [RANDOM]：ランダムに回転させる
- [RESET]：全て揃っている状態に戻す
- [↻L]と[↻R]：各面を 90° 回転させる

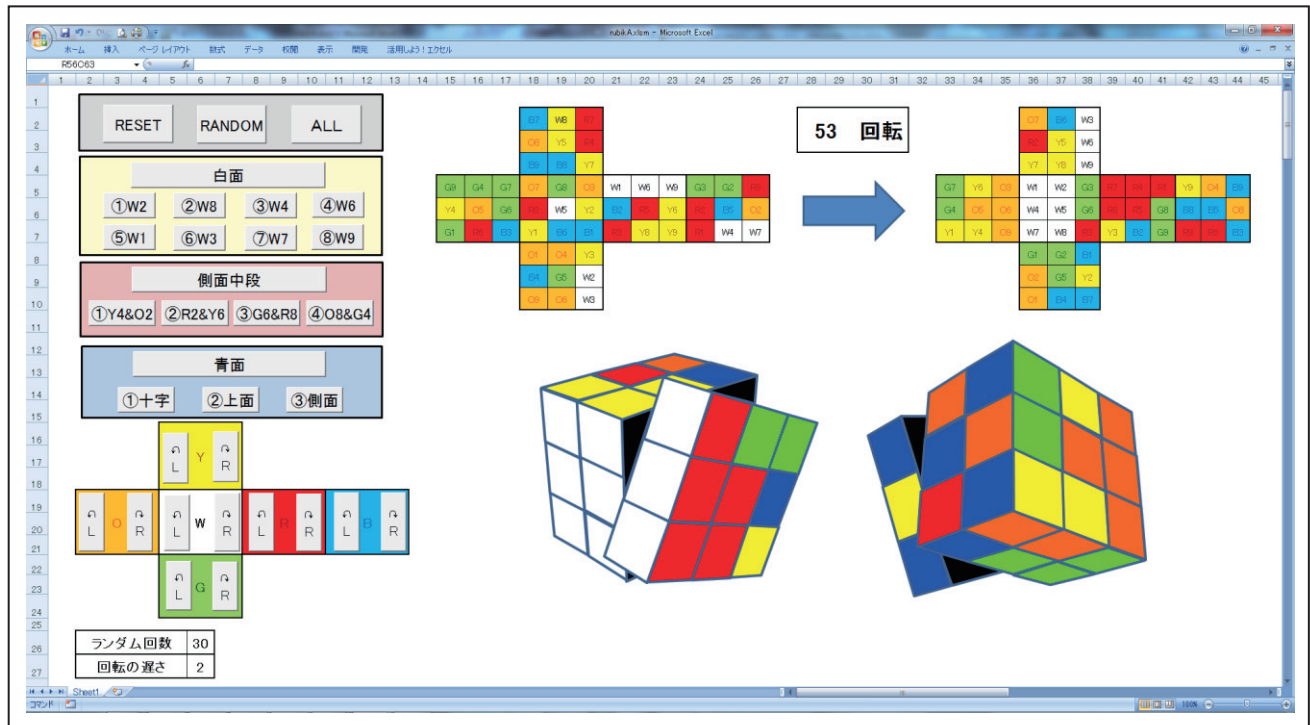
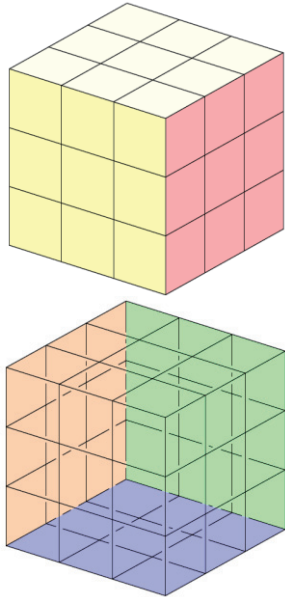


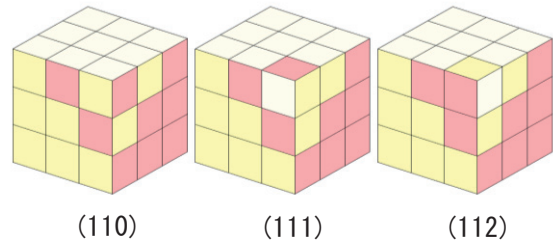
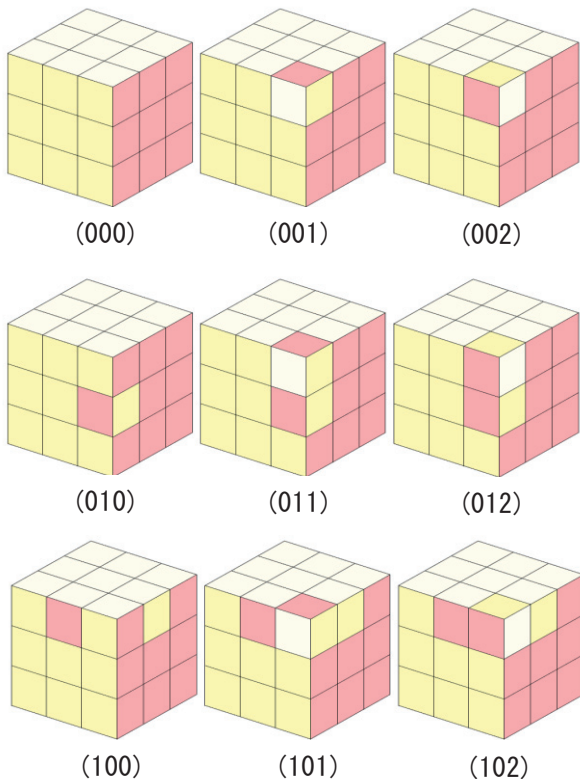
図 17 Excel 画面設計

7. ルービックキューブの代数的考察

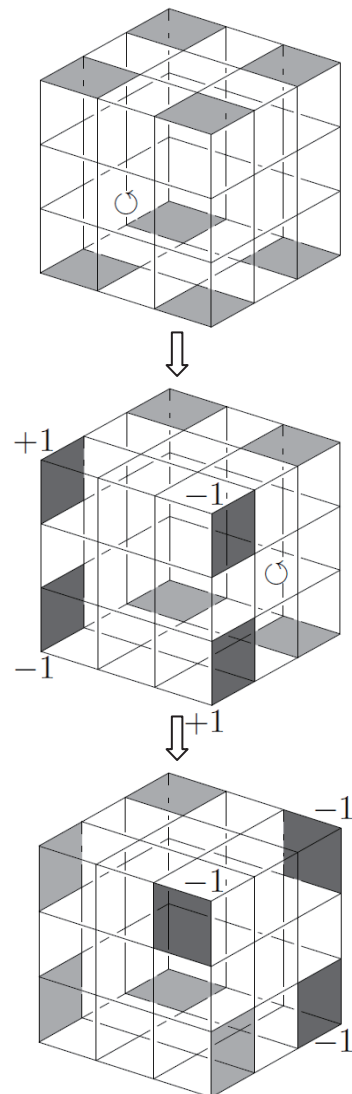
この節では、ルービックキューブを分解して任意に組立てるとき完成までたどり着ける確率は $1/12$ であることを説明する. ある角度から見たときの上面, 前面, 右面をそれぞれ白, 黄, 赤, それらの裏面の底面, 後面, 左面をそれぞれ青, 緑, 橙とする.



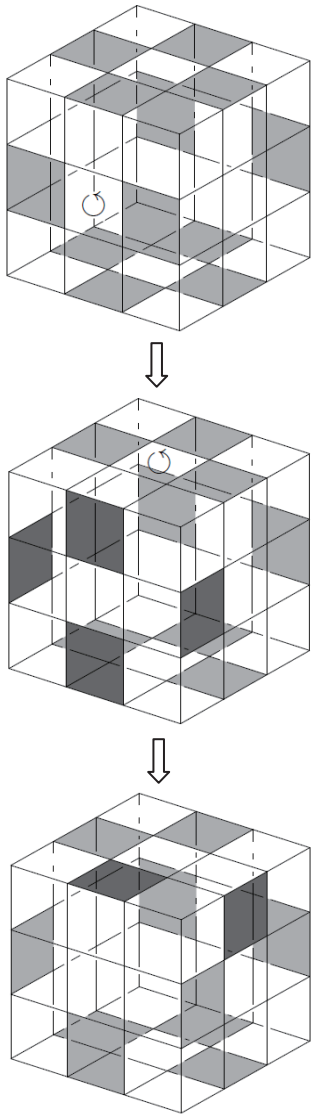
以下の図はそれぞれ他の系列には移れない12種の系列の例である.



(000)から(001), (010), (100)のどれへも移れないことを示せば充分である. まず(001)について. 例えば完成時の角キューブの上面, 底面(つまり白と青の面)を代表面とし, 回転したときに代表面が反時計回り(時計回り)にずれたら $+1(-1)$ とすると, 8つの角のずれの和は必ず3で割れる. よって(000)から(001)には移れない.



次に(010)について. 例えば完成時の辺キューブの上面, 底面(つまり白と青の面)を, 上面, 底面がないときは前面, 後面(つまり黄と緑の面)を代表面とし, 回転したときに代表面が反転したら+1 とするとき, 12 個の辺のずれの和は必ず偶数である. よって(000)から(010)には移れない.



最後に(100)について. 各回転での角キューブと辺キューブの移動は, 分解して2つずつ入れ替えるとするとも6手かかる. 偶数手の組合せで奇数手を作ることはいできない(置換群で偶置換の合成は奇置換にはなり得ない)ので(000)から(100)には移れない.

参考文献

- 1) E・バーレキャンプ/J・コンウェイ/R・ガイ (共著), 小谷善行/高島直昭/滝沢清/芦ヶ原伸之 (訳), 「数学」じかけのパズル&ゲーム, HBJ出版局, (1992).
- 2) “3×3 攻略法”. ルービックキューブ簡単6面完成攻略法<初心者向けのわかりやすい解き方>. <http://www.macozy.com/rubik/3rc/index.html>, (参照 2013-12-15)
- 3) 高橋圭滋, 置換によるルービックキューブの数学的考察, 玉川大学工学部マネジメントサイエンス学科平成 23 年度卒業研究論文.

2014年1月22日原稿受付

Received, January 22, 2014