

[原著論文]

ICT利用を前提とした数学教育内容の開発と実践 ——Excelを使った台形の求積公式の応用を例に——

守屋誠司*・高山琢磨**

要 約

1976年頃から元山梨大学教授横地清によりYHPプログラム電卓利用を前提とする学校数学の開発と教育方法の研究が始まった。1979年からはPC利用を前提にする研究も加わり、多くの研究成果が公表されてきた。ところで、現在推進されるICT利用では、教育内容には手をつけずに教師や児童・生徒の教育・学習方法のツールとしての使い方が中心となっている点が、当時とは違う。ICTを利用するならば、従来の方法では難しいため、又は、指導に手間が掛かるため等の理由で指導したくてもできなかった数学内容を授業で扱える。それらは1980年代では実験的授業であったが、現在は普通に実践できる時代となっている。教育内容の再構築例として、Excelリテラシーを前提にした、小学校から積分までの気軽に授業できる面積の指導内容を紹介した。

キーワード：ICT利用，教育内容と実践，Excel利用，台形の求積公式

1. はじめに

1976年頃から横河ヒューレットパッカード社のプログラム電卓（YHP55, YHP25など）の利用を前提とする学校数学の内容の再構築と教育方法の研究が横地清により始まった（横地（1983））。1979年からは、前提が当時はマイコンと言われていた図1のPET（コモドール社）の利用に移行し、カラー表示ができるNEC社のPC8001・PC6001やPC6601・PC8801・PC9801に続いた。数学教育学会（現会長：砂田利一）では、横地清（元山梨大学教授）・鈴木正彦（大阪教育大学名誉教授）の山梨大学グループ、町田彰一郎（埼玉大学名誉教授）の埼玉大学グループ、岡森博和（大阪教育大学名誉教授）の大阪教育大学グループが先進的な研究を行っていた¹⁾（図2参照）。



図1 PET2001

黒板とノートによる従来の指導方法では内容が抽象的過ぎて児童・生徒の理解が難しいため、又は、指導に手間と時間が掛かるため等で指導できなかった数学内容を、PCを含むICTを利用して授業で扱えるようになることを明らかにしてきた。1980年代ではこれらを実験的授業で実証してきたが、現在はそれらを普通に実践できる時代となったのである。



図2 数学教育関係のPC書籍

しかしながら、現在は、学習内容はそのままにして、教授・学習方法としての教師や児童・生徒のツールとしての使い方が推進されている。ICTの利用は、これだけで良いのか？ 学校数学の内容の開発と構築やカリキュラムの再構成が必要となっているときが来ているのである。そこで、数学学習をより充実するためにExcelリテラシーを前提にした小学校から積分までの面積の指導内容を紹介する。

2. 数学教育におけるICT利用の原則について

GIGAスクール構想一色の時期であるからこそ、1970年代からICTの数学教育利用の研究を行ってきた数学教育学会、その中で中心となっていた横地の考えを再確認するためにまとめてみたい。

横地（1982a, 図3参照）では、

「電卓やパーソナル・コンピュータの普及は、当然、数学教育にも大きな影響を及ぼすことになる。それは、次の方面にあらわれてくる。

第1は、電卓やパーソナル・コンピュータが授業に生かされ、授業の展開が変わる。

第2は、教師はもとより、子どもや生徒が電卓やパーソナル・コンピュータを活用し、自然や社会の数学的諸問題に、計画的に取り組むようになる。

第3は、第1、第2の影響と組みになって、電卓やコンピュータの活用を前提にしての、教育課程や教育内容の再構成が試みられる。

第4は、コンピュータを活用して、子どもや生徒、それぞれの進度、それぞれの関心に応じた、個人別、グループ別の、学習や研究が進められる。



図3 PC利用の初期の書籍

電卓やコンピュータの普及は、上に述べた諸方面への影響を予想させる。数学教育の発展を願う私どもとしては、遅れることなく、こうした変化に対処しなければなるまい。」と、まだ少数のマニアがPCを手にし始めた頃に、数学教育への影響と利用について提言していた。なお、この時期は、数学教育学研究のフラッグシップ的な国立大学の著名な数学教育学研究者は、PCの数学教育利用が数学教育学の研究対象になるのか？ と疑問を呈していた時代でもあった。

1) 現実から生データを収集できる。

教材・素材は机上だけでなく、特に量に関するデータは自分で実際に探して集めることから始まる。横地（1977）には、デジタルタイマー付き電卓（註：筆者は、プログラム電卓YHP55と聞いている）を使って、電車の速度を測った話がある。現在なら、スマホを使って、写真、動画、ラップなど、生のデータを簡単に収集できる。子どもでも同様な作業を通して量などの学習が可能である。

2) Real活動が原点である。

横地（2001, p.7）では、次の定義がされている。

「Real活動：手足を動かし、人と人とが、情をかわして、この現実の世界で進める実際の活動。

Virtual思考：情報機器が表現する、画像、音声などの表現に依存する仮想的な思考。

そして、算数教育の方向は、情報機器を、

(a) 広範で高次の数学の学習に活用する。

(b) 広範で高次のReal活動の促進に活用する。

(c) 世界的な視野での、数学的研究と数学的活動（註：数学的作品の製作などを意味し、学習指導要領での使い方とは異質である）に活用する。

(d) 広範な人たちへの成果の伝達に活用する。」

としている。そして、次の警句で締めくくっている。

「本来、Real活動でこそ可能となる、数学的研究（数学的概念や法則の獲得など）や数学的活動（数学的作品の製作など）を、さらに一段と広範囲で高次なものにするためにこそ、情報機器を活用する。別様に言えば、Real活動に果たす手足や現実世界の役割を奪い、Virtual思考でくまらせるために、情報機器を活用するのではないのである。加えて言えば、数学的思考や数学的活動を墮落させるために、情報機器を活用するのではない。」（横地（2001）， p.11）

3) 問題解決の過程でPCを利用する。

横地（1982b）では、プログラム電卓を使った問題解決の過程を示している。現在なら、PCを含めたICT利用と言い換えられる。

問題化 → 数学化 → プログラム（電卓）化 → 実用化

実用化して求められた課題をさらに問題化すれば、その後に盛んに使われる数学的モデリング図や学習指導要領の算数・数学の学習過程イメージ図と重なる。

さらに、教員養成の数学教育で学生に指導の際にプログラム電卓YHP35Eを使わせた実践から、学生が、

「①数学が実際的なものになる。②数学の応用を容易にする。③数学を創るようになる。」と、その効果を述べている。

4) 学校数学の内容の開発とカリキュラムの再構成が必要である。

横地（1986）では、小学校1年生が、BASIC言語でプログラミングできることを実践的に明らかにしている。その結果は、数学内容における従来の学年配当に問題を投げかけている。つまり、PC利用を前提とする、新たな数学カリキュラムの再構成の必要性に迫られているのである。小学校に関しては以下が考えられる。

- ① 小学校1年生でもアルファベット（英語のLINE, PRINT, PAINTなど）に抵抗がなくプログラミングができる。英語の指導時期の再考を迫っているが、英語教育が推進されている現在では、1年生からアルファベットを使用することは全く障害にならないであろう。
- ② 200×320ドットの座標系を使える。座標概念の指導時期の再考を迫る。
- ③ プログラミングの中で変数概念を使える。①と同様で、□や○を使うのではなく、文字 x や文字式を低学年から指導できる（守屋（2014）参照）。

一方で、この時期に、PC上のLOGO言語を使ったタートルグラフィックスの実践も盛んに行われていた。ここでは、角と角度、内角と外角について幼児から扱えることが示されていた。現在では、第5学年でScratch言語を使って正多角形を作図する内容となっている。その授業では、

- ④ 低学年から角と角度、内角と外角概念、
- ⑤ 負の数を含めた座標系、
- ⑥ IF文に相当する論理、
- ⑦ 等号、不等号の意味と使い方、

などを抽象的・理論的でなく、スプライトを操作するという具体的活動を通して学べる。

3. ICT利用を前提とした数学内容と教員養成での実践について

台形の求積公式は、現行の学習指導要領では小学校第5学年で指導される。2000年代初めは、学習指導要領の指導内容から外れて高校で扱われることになったが、検定教科書上では数年で元に戻った。公式を覚えてもその後に使うことはない台形の求積公式を何のために教えるのか？ 台形の求積公式の教育的意義を再確認する必要がある。

そこで、意義の一つとして、台形の求積公式を中学校、高校で利用して、最終的に定積分を近似計算する区分線形近似への発展を考えてみたい。その際に、単なる近似計算の方法を知るだけでなく、死海やアラル海の面積変化、オゾンホールの面積変化、北極海の氷の面積変化を

扱い、台形の求積公式が環境問題の分析にも使えるという、実生活との関連を学ばせたい。

ICTとしては、学校に普及しているExcel等の表計算ソフトウェアを使う。曲線の円弧近似では、中心角の大きさを求めるために逆三角関数 ($\text{ACOS}()$) と、ラジアンと度の変換関数である $\text{DEGREES}()$ と $\text{RADIANS}()$ を使う。このように、今まで内容が難しい、指導の時間が掛かる、手計算に時間が掛かる、手計算がそもそもできないなどの理由で、学校数学の内容から外されていた数学が、ICT利用で手が届く内容となる。教員養成の教科指導法の中では、教育実践例を示してデータを分析させ、その上で、数学的活動を追体験させ、指導上の留意点をまとめる講義をしたいと考える。

不定形の面積を台形の積み重ねで近似して求める実践は、1987年頃は、BASIC言語を使って行われた(図4)。1990年代になると表計算ソフトのLotus1-2-3やExcelを使って実践された(図5)。しかし、一般には普及していなかった。原因は明らかで、教科書に載っていないからである。PCが普及していない学校があるため、教科書にそれらを載せられない実態があった。しかし、今は違う！ 今こそ、どこでも実践できる内容である。

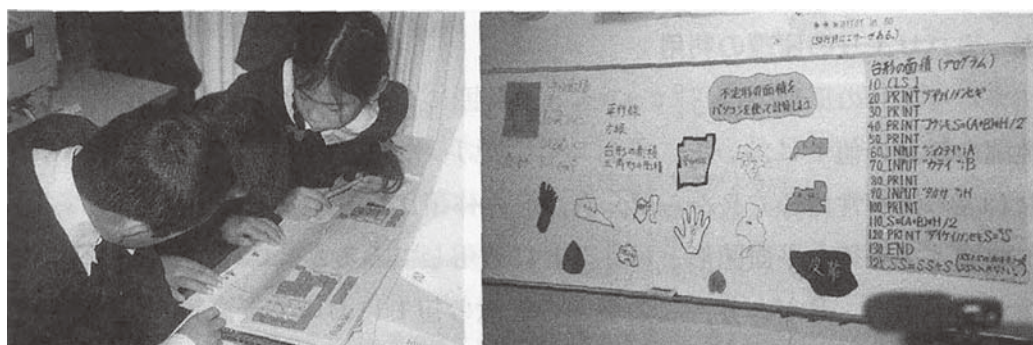


図4 1987年の小学校5年生の実践、プログラムを自分で入力する



図5 2003年、小学校6年生によるオゾンホールを広がり調べる実践

カリキュラムの簡易提案

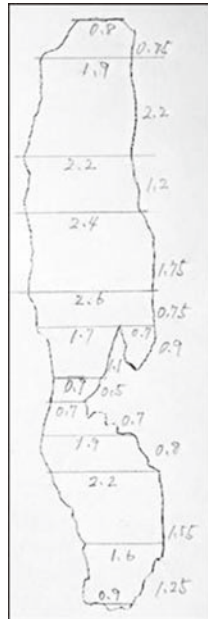
守屋（1990）では、パソコンの利用は、問題解決のための方法を多様にすることができる点で重要であるとして、パソコンを使った問題解決の手順のモデルを示し具体的な例として不定形の求積を採り上げた。直線での近似、円弧での近似について数学的解析を行い新たな教育内容を提案している。これをもとに小学生と大学生を対象とした教育実験を行い、モデルが妥当であり内容が適切であることを検証している。守屋（1990）に数学的解析内容が詳しいので参考にして欲しい。ここでは簡単に紹介する。

●ステップ1 小学校高学年

図6の様に不定形を台形の積み重ねで近似する。不定形を平行線で区切り、個々の台形の面積を求めて合算する。Excelを使う。

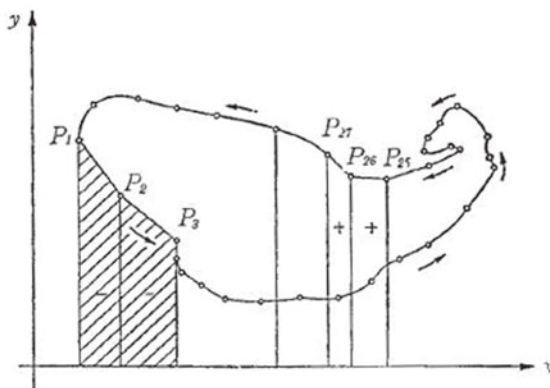
●ステップ2 中学校

解析的方法として座標を導入し、台形を多角形で近似する。座標を使うことで、計算をExcelで行え、台形近似による面積を求められる。このときの注意点として、多角形の頂点にあたる各点 P_i を取る際には、図7の様に不定形を時計の反対回りで取るとする。



	A	B	C	D	E	F
1	死海の面積					
2						
3	1931年					
4		上底	下底	高さ	面積	
5	1	0.8	1.9	0.25	$= (B5+C5)*D5/2$	
6	2	1.9	2.2	2.20	4.51	
7	3	2.2	2.4	1.20	2.76	
8	4	2.4	2.6	1.75	4.20	
9	5	2.6	2.4	0.75	1.31	
10	6	1.7	0.9	1.10	0.94	
11	7	0.7	0.0	0.90	0.63	
12	8	0.9	0.7	0.50	0.70	
13	9	0.7	1.9	0.70	1.02	
14	10	1.9	2.2	0.80	1.40	
15	11	2.2	1.6	1.55	2.40	
16	12	1.6	0.9	1.25	1.00	
17				全体	22.01	cm ²
18	15km => 2.2cm					
19	1cm => 15/2.2=6.82km					
20	1cm ² => 6.82*6.82km ² =46.51km ²					
21	1cm ² = 46.5 km ² 1023.8 km ²					
22						

図6 小学校での例



	A	B	C	D	E	F
1	山中湖の座標と面積					
2	p(i)	x(i)	y(i)	s(i)		
3	p(1)	1	5.2			
4	p(2)	2	3.9	$= (C3+C4)*(B3-B4)/2$		
5	p(3)	3.2	2.9			
6	p(4)	3.3	2.6	-0.14		
7	p(5)	3.3	2.2	-0.07		
8	p(6)	3.8	1.9	-1.04		
9	p(7)	4.4	1.6	-0.94		
10	p(8)	5.2	1.5	-1.29		
11	p(9)	6.1	1.6	-1.39		
12	p(10)	7	1.6	-1.44		
13	p(11)	7.7	2	-1.24		

図7 中学校での例

図8の多角形の例で説明する。 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ とするととき, 台形 $P_1x_1x_2P_2$ の面積 S_1 を, $S_1 = (y_1 + y_2)(x_1 - x_2)/2$ とする。こうすると $x_1 < x_2$ なので面積はマイナス値となる。 P_3P_4 の面積は $x_3 > x_4$ なのでプラス値となる。最後に, 各台形の面積を加えると, プラス・マイナスが相殺されて求める多角形の面積となる。

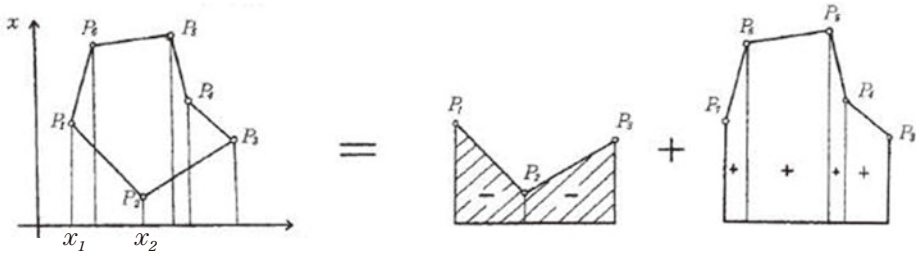


図8

●ステップ3 高等学校

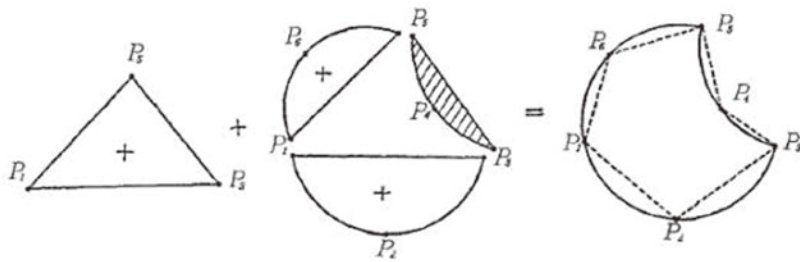


図9 高等学校での例

曲線で囲まれた不定形の面積をより正確に求めるために, 曲線部分を円弧で近似する方法を導入する。ステップ2の方法で不定形の座標を読み取り, まず, 台形近似によって多角形の面積を求める。次に, 多角形からはみ出した部分を円弧近似してプラスの面積の弓形を求める。多角形の内側に入ってしまう弓形はマイナスの面積として求める。最後に多角形分の面積と弓形分の面積を加えれば, 曲線で囲まれた不定形の面積を近似的に求めることができる。

円弧近似を行う場合には, 不定形の周上の3点 P_{2k-1} , P_{2k} , P_{2k+1} を決めると, 作図で3点を通る円 O_{2k} の中心と半径 r_k を求められる(図10参照)。ここでは, 3点の座標から中心座標 (a_k, b_k) と半径 r_k の長さを計算する。さらに, 弦 $P_{2k-1}P_{2k+1}$ の長さから半径から, 余弦定理を使って中心角 θ_k を求められる。このとき, \cos^{-1} が必要になるため, 逆三角関数を指導する。最後に, 扇形 $O_{2k}P_{2k-1}P_{2k+1}$ から三角形

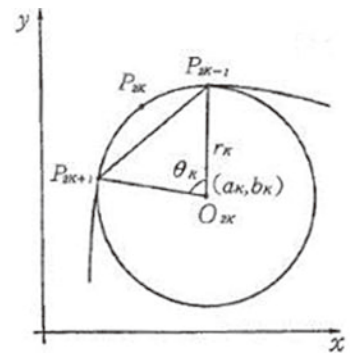


図10

$O_{2k}P_{2k-1}P_{2k+1}$ を引けば、弓形 $P_{2k-1}P_{2k}P_{2k+1}$ の面積が求められる。なお、目測で中心角 $\theta_k < 180^\circ$ となる座標を取らないと、正しい中心角を求められないため、座標を取る際の注意が必要である。この方法は、3点の取り方によって、次に示した①②③の方法の順で難しくなる。

- ① 3点 P_1, P_2, P_3 のうち1点 P_1 を原点 $(0, 0)$ に、もう1点を x 座標上 $P_3(x_3, 0)$ とする。高校1年生ならば、円の方程式は使わず、弦の垂直2等分線の交点を中心となることから、弦 P_1P_2 の垂直2等分線の式を求めた上で、 $\frac{x_3}{2}$ をこの x に代入することで中心の座標を求められる。中心角の大きさを求めるのには余弦定理と \cos^{-1} を使う。
- ② 3点のうち1点を原点 $(0, 0)$ とする。高校2年生ならば、円の方程式を利用して、二元連立方程式を解くことで、中心の座標を求められる。
- ③ 3点とも原点を含まないとする。高校3年生ならば、円の方程式と 3×3 行列・行列式を使い、三元連立方程式を解くことで中心の座標を求められる。数式は複雑になるが、Excelに式を入力しておくことにより、3点の座標入力するだけで、弓形の面積を求められる。なお、プログラミングができるのであれば、画像の周囲をクリックするだけで多角形近似ができ、周長と面積を求めることが可能である。

●ステップ4 高等学校

区分求積から積分を導入する。また、数値計算によって実際値を求め、積分を実用に応用する。

さて、このカリキュラムでの指導の意味をまとめると次のようになる。

- 1) 小学校5年生のときに学んだだけで、それ以後は一生使わないと思われる台形の求積公式の使い道を継続的に学ぶ。
- 2) 細かに切って求積してそれらを合算するという求積方法を学ぶ。後の積分の区分求積や区分線形近似の基本的な考え方を学んでいることになる。
- 3) 図形を処理する場合の、解析的方法や解析幾何の導入となる。
- 4) 覚えても無駄だと思われる台形の求積公式や入試でしか使わない余弦定理(他の数学も)が、現実世界の問題解決に使えることを学ぶ。例えば、死海やアラル海の縮小の様子を調べられ、環境問題の理解につなげられる。
- 5) Excelを利用することによって、計算に煩わされないで数値計算できる。
- 6) Excelを利用することによって、逆三角関数でも数値解が求められる。

Excelは、表計算ソフトとして成績処理などを題材に大学では指導されるが、このように数値計算でも利用でき、プログラミングよりも指導が容易であるというメリットがある。

4. 教員養成での指導事例

算数科指導法・算数・数学科指導法での指導事例

教員養成では、小学校教員免許取得課程の学生にはステップ1で死海の面積変化を求めさせている。図11はExcelを使わずに面積を求めたときのレポートであるが、最近は入学時に自分のPCを持つため、Excelを使って計算させている。

良くできる学生にはレベルを上げてステップ3の①の円弧近似を使って北海道の周長を求めさせた。

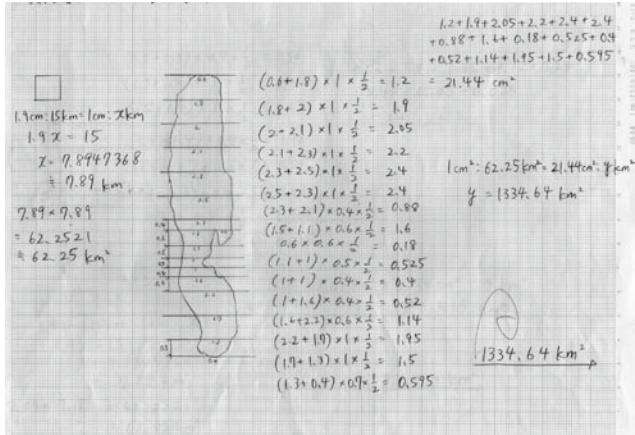


図11 死海の面積変化の考察の一部

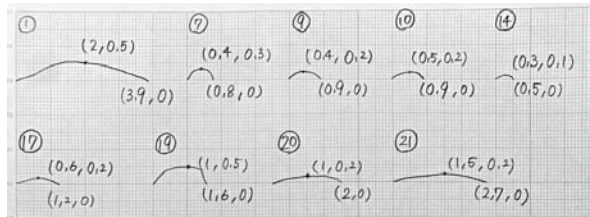


図12 北海道の周長を曲線と直線で区切り、座標を取る

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	弧の長さを求める										
2	X1	Y1	X2	a	b	r	cosθ	θ	弧P0P1P2		実長
3	1	2	0.5	3.9	1.95	-3.55	4.05	0.54	57.56	4.07	150.64
4	2									0.10	3.70
5	3									1.20	44.45
6	4									0.20	7.41
7	5									0.30	11.11
8	6									0.15	5.56
9	7	0.4	0.3	0.8	0.40	-0.12	0.42	-0.84	147.48	1.07	39.71
10	8									0.90	33.34
11	9	0.4	0.2	0.9	0.45	-0.40	0.60	-0.12	96.73	1.02	37.63
12	10	0.5	0.2	0.9	0.45	-0.40	0.60	-0.12	96.73	1.02	37.63
13	11									0.40	14.82
14	12									1.00	37.04
15	13									0.30	11.11
16	14	0.3	0.1	0.5	0.25	-0.25	0.35	0.00	90.00	0.56	20.56

図12で、①⑦⑨⑩⑭は円弧で近似し、②～⑥⑧は直線と見なして近似している。

数学科指導法の中・高等学校教員免許取得希望の学生への指導では、図14のように、ステップ2とステップ3の②③を扱っている。

図13 Excelによる北海道の周長の計算

#	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1	点	x	y	a	b	r	θ	l	円弧の長さ・面積での各長さ				各点の座標	1つ穴孔の中心座標	円弧の面積	円弧の長さ	円弧の二乗	円の面積その1	円の面積その2	面積
2	0	0	0	9.992872	5.933619	11.57383	24.9503	4520994	125550916				1.17		9.99	28.8899007	21.6571479	1	1	0.949730236
3	PI	1.3	-1.8							596.6959917		6.4								
4	P0	3.3	-3.6	4.400197	-3.50234	11.97079	65.67794	1790064	4487061003	5745904005		1.195		4.99	1.071423443	0.714460704	0.356963950	1	1	0.356963950
5	P0	3.6	-4.9							192.3547399		4.05								
6	P4	4.5	-4.7	5.9	-5.15	1.470544	53.1303	1.363629	341.6747016	248.6227791		0		1.07	1.002633954	0.965	0.133637954	1	1	0.133637954
7	P5	4.5	-6.6							225.6389868		1.15								
8	P6	4.7	-6	8.046395	-6.00946	4.69760	75.44628	5.929292	1487.581139	112.1202717		9.252		35.1	13.26097895	9.747651926	3.513381291	1	1	3.513381291
9	P7	5.2	-7.1							493.3497303		37.469								
10	P8	10.1	-7	11.24217	-4.44653	2.950198	68.53663	3.565854	899.0079797	970.0036355		1.41		21.945	5.343278899	4.14416168	1.19911706	1	1	1.19911706
11	P9	12.1	-7.1							502.0454933		8.71								
12	P10	13.4	-6.3	16.76581	-6.89936	4.2406	43.43629	3.214903	806.006481	382.6915712		6.38		14.95	6.616881275	5.152446309	0.634434466	-1	1	-0.634434466
13	P11	14.5	-5.3							372.3056485		8								
14	P12	16.1	-4.7	-27.15	29.72059	55.27512	4.229527	4.221215	1056.269997	426.412035		5.005		7.6	115.6640992	119.5502363	0.113363820	1	1	0.113363820
15	P13	17.4	-3.8							588.5416787		2.56								
16	P14	18.6	-3.3	17.676	-1.426	0.520006	67.36914	1.091275	273.6180534	387.6927262		-0.195		-0.425	0.556417242	0.3975	0.108917242	1	1	0.108917242

図14 3点の座標で円弧を近似する

5. 中学校での実践事例

1) 研究の目的

本実践研究の目的は、①表計算ソフト（グーグルスプレッドシート、以下スプレッドシートと略）を用いて直線で囲まれた図形の面積を求められるか。②その活動を通して、積分につながる面積計算の概念獲得ができるか。③数学の有用性に気づけるかを実践を通して検討することである。

2) 授業の実際

① 授業の目標

本授業は3時間扱いの授業であり、それぞれの時間の目標は以下のとおりである。

- (1) スプレッドシートの基本操作の習得および、スプレッドシートを用いて台形の面積（1次関数とy軸と平行な2本の直線、そしてx軸とで囲まれた図形の面積）を求められる。
- (2) スプレッドシートを用いて、xy平面上における直線で囲まれた図形の面積が求められる。
- (3) スプレッドシートを用いて、アラル海の面積を求めることができる。

② 対象と授業日

都内公立中学校2年生、3つの発展クラス（合計84名）を対象に、2021年12月下旬の期末試験後の比較的自由な時期に各クラスとも3時間ずつ実施した。

④ 指導内容と実際

共著者の高山が授業者となって一斉授業の形態で実施した。スプレッドシートは、Excelと同等のグーグルスプレッドシートを利用した。

1時間目は、スプレッドシートへ台形公式を入力した。スプレッドシートの基本操作を習得することと、スプレッドシートを用いて台形の面積（1次関数とy軸と平行な2本の直線、そしてx軸とで囲まれた面積）を求められることを目標とした。

1クラス目は台形の公式の復習を行ったのち、1次関数とx軸とで挟まれた面積を求める関数をスプレッドシートに打ち込ませた。しかしながらその過程において理解が難しい生徒がい

ため、2クラス目からは、先にスプレッドシートに入力された台形の求積公式の式を示して、その意味を考えさせた。こちらの指導方法が生徒にとって、理解し習得しやすくなることが明らかとなった。

	A	B	C	D	E	F
1	x	y	S			
2		1	5	4.5		
3		2	4	4.5		
4		3	5	9		
5				0		
6						
7						
8						
9						

図15 台形公式の入力練習

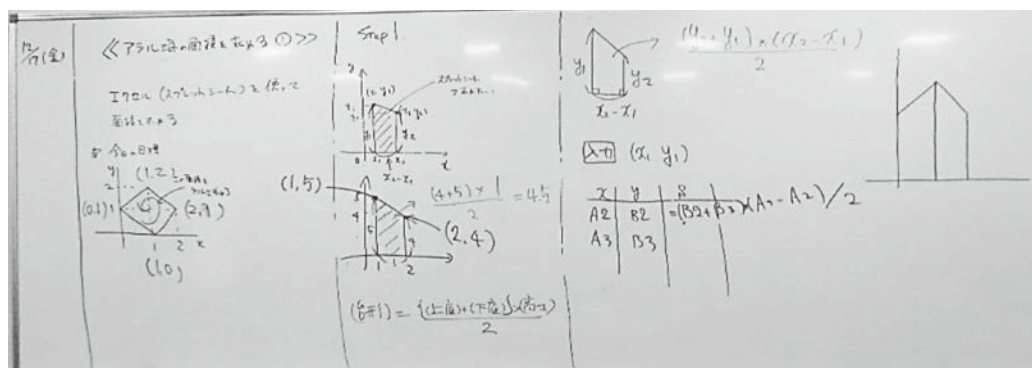


図16 ひし形を例にして求積方法を学ぶ

2時間目は、前時のスプレッドシートを用いて、ひし形の4点をスプレッドシートに入力し、4つの台形の面積を求め、2つの台形の面積の和から、残りの2つの面積の和を引くことで求めることができるようになること、そしてその意味を理解することを目標とした。教室前方の電子黒板に生徒のスプレッドシートを投影しながらの説明で、すべての生徒がひし形の面積を求めることができた。さらに、形を自由に変えて面積を求める活動を行った。なお、スプレッドシートの折れ線グラフ作成機能を使うと座標の値から元の図形を描画できることも扱った。

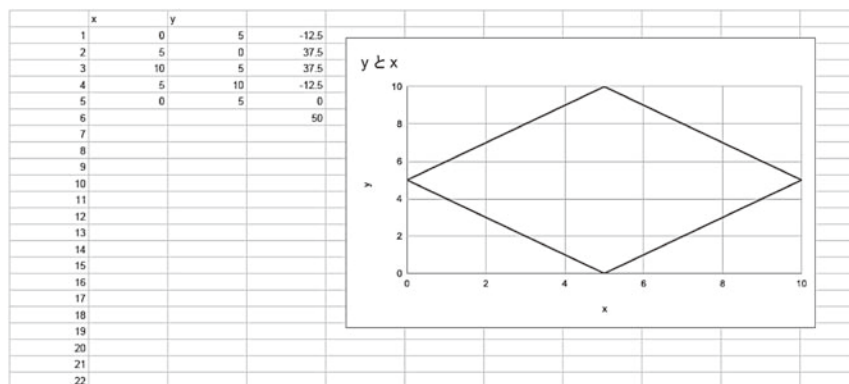
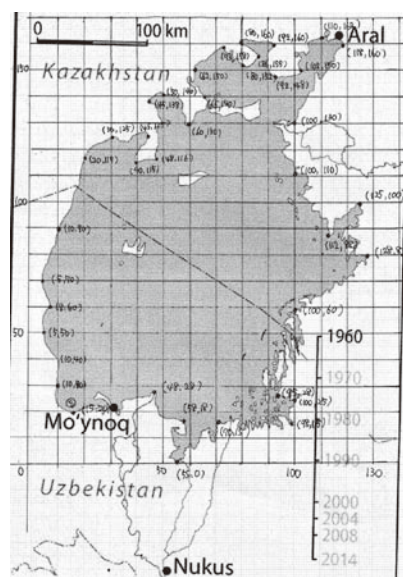


図17 スプレッドシートと座標からの描画

3時間目は、アラル海を座標上に置き、周囲の座標を取ってスプレッドシートに入力し、面積を求めた。次に、地図の縮尺に従って地図上の面積を km^2 に換算できることを目標とした。

今回は、1960年と2014年のアラル海的面積を対象に、3班ずつ担当を決めてスプレッドシートを共有することで共同編集を行い、手分けして面積を求めた。そして、その値をもとに実際的面積を求めた。あらかじめ教師がアラル海の画像を描画ソフトGeogebraに取り込み、座標上の地図を印刷して配布した。さらに、点の座標もあらかじめシートに記入しておくことで、入力作業の時間を短縮して授業を行った。スプレッドシートには前時の面積を求める関数を入力したシートを各班にデジタルクラスルームを通して配布し、4人で分担し入力した。そして、縮尺を考慮してアラル海的面積を求め、代表の生徒がホワイトボードに出て説明を行った。入力の過程では、生徒はスプレッドシートの折れ線グラフ機能を用いて概形を確認し、入力ミスを発見し修正する班もあらわれた。

スプレッドシートの結果がそれぞれ、1960年は 114.8cm^2 、2014年は 14cm^2 であった。地図の縮尺は 100km が 4cm で概算したことから、 1cm が 25km となった。従って、1960年の面積は、 $114.8 \times 25 \times 25 = 71,750\text{km}^2$ となり、2014年は $14 \times 25 \times 25 = 8,750\text{km}^2$ と算出された。この結果は、クラスの代表が説明を行い全体で共有した。概算のため、実際の統計とは多少異なる値となったが、アラル海的面積が約10分の1に縮小していることは理解された。

図18 1965年のアラル海の資料
(Wikipediaのアラル海資料を加工)

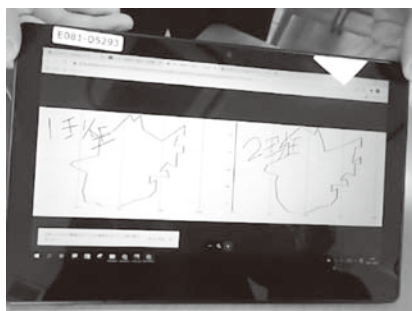


図19 入力座標が正しいかを確認する



図20 km^2 への変換の説明場面

3) 授業後のアンケート結果と自由課題

授業後にグーグルフォームを用いて授業アンケートを実施した。その結果、スプレッドシートの使い方の理解、スプレッドシートに座標を入力し面積が求まることについては、おおむね目的が達成されたと考えて良い。また、数学の学習の大切さについても84%の生徒が感じることができた。しかしながら、アラル海の面積縮小に対する社会問題については、扱う時間の関係からあまり興味関心を高めることができなかった。そのため、授業終了後の冬休みの課題として、アラル海の縮小に関する自由研究を課題として課すこととした。

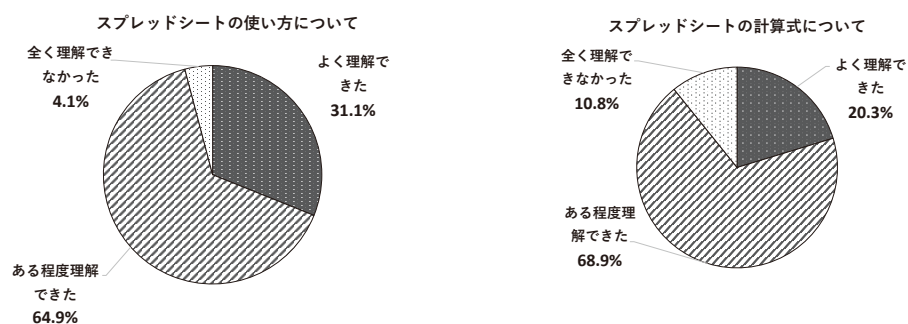


図21 スプレッドシートの理解について

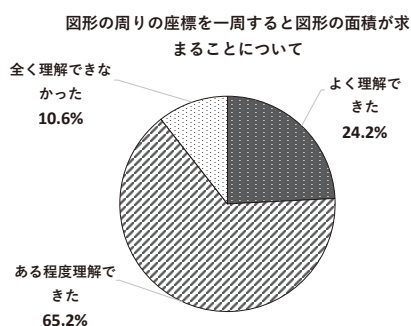


図22 数学内容の理解について

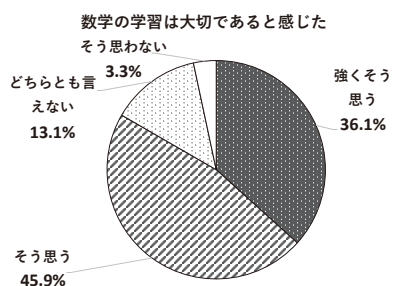


図23 数学学習の重要性について

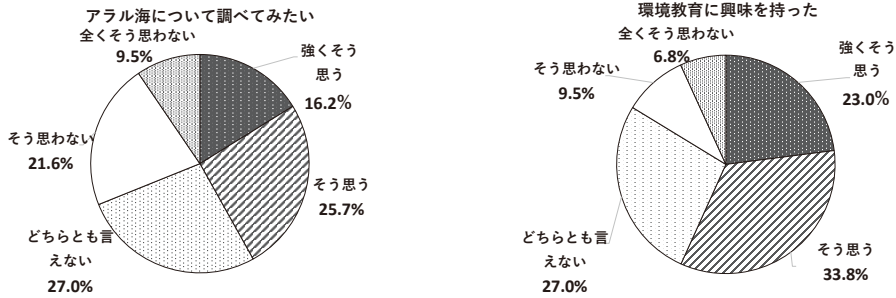
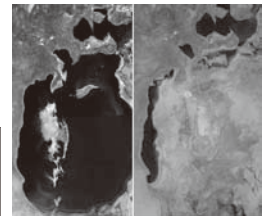


図24 数学と社会事象の関わりについて

授業終了後の冬休みの課題の提出は
 ゲーグルクラスルームからの提出とした
 ところ、図25のようなレポートが提出
 され、興味関心を持って調べた生徒が多
 数いたことが分かった。

アラル海の面積減少の原因 解決策

アラル海の面積の減少の原因
 ・ソ連がアラル海に流れ込む2つだけの川、アム
 ダリヤ川やシルダリヤ川から灌漑の水をとって、
 乾燥地帯を農地に変えようと水をとったのが原
 因となってアラル海の面積の減少になった。



昔のアラル海
 ・河畔の湿地帯にはヨシや林が広がり、ペリカン
 やフラミンゴなどの渡り鳥が飛来し、アラル海は
 「シルクロードのオアシス」と呼ばれるほど、生
 態系が豊かな湖だった。

ウィキペディア「アラル海」より

4) 実践授業研究のまとめ

今回の実践を研究目的ごとに振り返る。

① スプレッドシートを用いて図形の面
 積を求められるか。

図21にあるように、スプレッドシー
 トの操作や数式による自動計算について
 は、問題なく理解できる内容であった。
 ただ、スプレッドシートの関数をあらか
 じめ示したのちに、その意味を生徒に考
 察させる指導が効率的であり、生徒の理
 解もしやすいことが分かった。なお、ゲー
 グルクラスルームで配布し、共同編集で
 きるスプレッドシートは班活動に有効であ
 った。

② 積分につながる面積計算の概念獲得ができるか。

定積分を近似計算する方法の一つである区
 分線形近似については理解できたと思われ
 る。しかし、図22から、一周すると求積
 できることを全く理解できなかった生徒が
 10.6%いたことから、凸多角形のひし形
 での説明に加えて、簡単な凹多角形を使
 ったより丁寧な説明が必要であると考
 える。

③ 数学の有用性に気づけるか

解決策
 昔からすべきだったこと
 ・アムダリヤ川やシルダリヤ川だけから灌漑の水をとって、乾燥地帯を農地に変えようとするのではなくもっと違う川から水をとってきて農地に変える。
 ・乾燥地帯では、農地を作ろうとするのではなく、その地にあった産業をして、なるべく環境に悪影響を及ぼさないようにする。
 今からすべきこと
 ・海水を淡水に変えて湖に水を入れる。
 ・別の川から水を引き入れて湖の水を増やす。
 ・灌漑する水の量を制限して、湖をもとの状態に戻す。

まとめ
 ・昔は、シルクロードのオアシスと呼ばれていたアラル海の面積が減少したのは、人間が川から灌漑をしたからだ。だから、今からでもアラル海を自然環境をもっと改善していくべきだと思う。
 参考・引用文献：ウィキペディア「アラル海」

図25 生徒のレポート

図23から、ここで学んだ数学を有用とっていない生徒がまだ7%ほどいるが、80%の生徒は数学を有用とっており、目標はおおむね達成できたかと思われる。アラル海の面積の縮小という社会的課題を皆で考察、討論する時間を取れば、そこで使われた数学の有用性をより意識できると思われる。なお、図24からは、この授業を通して社会事象への関心が向けられ、生徒の興味関心を高め、取り組みに良い影響を与えることができたと考える。

6. まとめと課題

横地がプログラム電卓を使った数学教育や数学科指導法教育を始めたときに、筆者は学生として直接に指導を受けた一人である。一般の電卓持ち込み可能であった統計学の試験で、購入したばかりのプリンタ付きプログラム電卓（HP19Cで、当時の新採用教員の初任給（約10,000円）と同額）を持参した。データを入力するだけで10×10の相関表が作成でき、各種基本統計量や相関係数、回帰直線の係数がプリントアウトされるプログラムを組んでの参加である。データを処理する問題はすぐに終わり、監督の教官も興味を持って横で見ている。これからは統計教育や数学の授業が変わるなと思ってから、40数年。やっと、時代が追いついてきた！教授学習方法の改善として、既製動画を見せたり、子どものノートを書画カメラで撮り電子黒板等に映して発表させ、話し合わせたりして良い。教師と児童・生徒の教授学習ツールとしてICTを大いに使うべきである。ただし、その中では、頭脳の延長となりうるICTを使って、数学を問題解決に使えるまで学べるような指導を普及させなければならない。

1980年代は実験的試みであったが、あれから40年！ 大手を振ってPCを使った実践ができる時代になった。そこで、喫緊の課題は、GIGAスクール時代に合わせ、従来の枠にとらわれずに新たな教育内容とカリキュラムを再構築しなくてはならないことである。

付記

本稿は、2021年度数学教育学会秋季例会「Organized Session A「ICTを利用した数学の教育内容の視点」」で発表した内容を元に、実践内容を加えてまとめ直した。

註

- 1) 1980年代になると山梨大学・埼玉大学・大阪教育大学の研究グループからは、研究成果を報告する論文が多数発表される。また、研究成果は以下の書籍として出版されていた。
横地清編著『現在算数・数学講座4 コンピュータと電卓の活用』ぎょうせい、1982
町田彰一郎編著『パソコンと数学教育 その利用と限界』みずうみ書房、1984
横地清編著『ぼくとわたしのパソコン初級、中級、上級』共立出版、1984、1985、1985
横地清編著『教師のための授業に生かすパソコンⅠ、Ⅱ、Ⅲ』共立出版、1986、1987、1988

- 岡森博一編著『算数教育とパソコン』ぎょうせい, 1987
岡森博一編著『数学教育とパソコン』ぎょうせい, 1987
町田彰一郎編著『教材ソフトと実戦事例 基礎編, 算数・数学編, 入門編』ホープクリエイト,
1988

参考・引用文献

- 横地清『大人のための算数教育』ぎょうせい, 1977
横地清「はじめに」『現在算数・数学講座4 コンピュータと電卓の活用』横地清編, ぎょうせい,
1982a, iii
横地清「プログラム電卓の意義と活用」, 同上, 1982b, 215-271
横地清「実数と解析の教育をどう改めるか—円曲線と放物線曲線を例として—」『現在算数・数学講
座2 数・代数・解析の体系化と実践』横地清編, ぎょうせい, 1983, 139-254
横地清編著『教師のための授業に生かすパソコン I』共立出版, 1986
守屋誠司「問題解決とパーソナル・コンピュータの利用」『研究集録 第23号』兵庫女子短期大学,
1990, 38-49
横地清「情報社会における算数教育」『算数を中心とする情報教育の展開』横地清・守屋誠司編著,
明治図書出版, 2001, 7-35
守屋誠司「小学校低学年からの代数の指導について—カザフスタンの教科書を参考にして—」数学教
育学会『数学教育学会誌』2013/Vol.54/No.1・2, 2014, 35-48
ウィキペディア「アラル海」, <https://ja.wikipedia.org/wiki/アラル海> (2022.2.25.確認)

Development of Teaching Materials for Mathematics Education Using ICT and Their Practice: Application of the Formula for Finding the Area of a Trapezoid Using Excel

Seiji MORIYA, Takuma TAKAYAMA

Abstract

Around 1976, Kiyoshi Yokochi, a former professor at the University of Yamanashi, began developing teaching materials and researching educational methods for school mathematics using the YHP programmable calculator. Since 1979, research on the premise of using a PC has been added, and many research results have been published. By the way, the current use of ICT is different from that of those days in that it focuses on the use of ICT as a tool for teaching and learning methods for teachers and students, without changing the educational content. With the use of ICT, we can teach mathematics content that is difficult or time-consuming to teach using conventional methods. What was an experimental class in the 1980s can now be practiced in regular classes. As an example of restructuring the content of mathematics education, we introduced the content of teaching area from elementary school to integral calculus, which can be easily taught on the premise of Excel literacy.

Keywords: ICT use, Educational content and practice, Excel use, Trapezoidal quadrature formula