論　文

教職課程の大学生による「算数・数学カレンダー」制作の理念と特徴

―「問題づくり」と「オープンエンドアプローチ」のアイデアから―

Philosophy and Characteristics of Creating “Mathematics Calendar” for University Students in a Teaching Program: The Ideas of “Problem Posing” and “Open-Ended Approach”

瀬沼　花子
Hanako Senuma

要旨：本稿の目的は、教職課程の大学生への指導の一環として取り入れた「算数・数学カレンダー」制作の理念と特徴を、「問題づくり」と「オープンエンドアプローチ」の観点から明らかにすることである。そのため次の3つを取り上げる。(1)「問題づくり」「オープンエンドアプローチ」の意義、(2)「算数・数学カレンダー」とは何か、(3) 大学生が制作した「算数・数学カレンダー」の問題の考察。

(1) は「問題づくり」「オープンエンドアプローチ」の2つの指導法が開発された背景、研究の動向、現行の算数・数学科学習指導要領における位置づけ、及び、筆者が担当した大学の講義・演習における創造的な指導法を述べる。(2) は、算数・数学カレンダー制作の契機となったテオニ・パパスの「算数・数学カレンダー」、2014年の国際数学者会議の「数学カレンダー」、大学生の制作事例として既に紹介した「算数・数学カレンダー」の特徴を述べる。(3) は2015年に大学生が制作した「算数･数学カレンダー」の各問題（59名、合計300題）への感想を分析し「算数・数学カレンダー」制作の意義を考察する。

主な知見は次の通りである。(1)「問題づくり」「オープンエンドアプローチ」は、国際的な学力調査で明らかになった日本の生徒の欠点に対し創造性を高める指導法として開発され、今日多様な展開をみせており、多くの実践例がある。(2)「算数・数学カレンダー」は問題の答えが日付になるカレンダーであり、海外では1979年から制作されている。日本では、「算数・数学カレンダー」は教職課程でも小・中・高等学校でも報告されていない。(3)「算数・数学カレンダー」制作と発表のプロセスを通し、算数・数学の問題の出し方の工夫を学び、算数・数学を現実や他教科や歴史・文化とつなげる視点を持ち、児童生徒への指導の在り方、自身の学びの必要性や興味・関心が高まる創造的な活動であり、教職課程の大学生にとって意義ある活動であると示唆される。

キーワード：算数・数学カレンダー、問題づくり、オープンエンドアプローチ、教職課程

1. はじめに

算数・数学を指導する教員にとって大事なのは、問題を解く力だけではなく問題をつくる力である。なぜなら教員は授業で算数・数学の問題を出題するからである。その問題をなぜこの授業で出題するのか、数字や場面の意図を検討もせず､無目的に教科書の問題をただ書き写すだけでは､児童生徒の理解は深まらない。しかし問題をつくるためには算数・数学に関する総合的な知識・技能のみならず、算数・数学の活用（数学内で、及び、数学外で）、児童生徒がこれまで何を学び今後何を学ぶかを理解しなければならない。

玉川大学　教育学部

一方で、教員は「問題の解き方のコツや公式を教えること」が役割と考えていたり、算数・数学と現実のつながりを考えたことがなかったり、算数・数学を嫌いな大学生がいたりする。そこで、担当する大学の講義・演習では、将来教員になったときには算数・数学は好き・楽しい・役に立つという意識を持ってほしいと願い、多様な考え方の重要性、日本や他国の算数・数学の発展の歴史、数学的活動に関わる体験を重視した授業、「数学マジック」の実演、「算数・数学カレンダー」の制作などを取り入れてきた。

本稿においては、「算数・数学カレンダー」の制作の理念と特徴を述べるものである。なぜ「算数・数学カレンダー」に着目したかというと、主な理由は次の3つである。

・筆者は前職（国立教育政策研究所）において、学力に関する国際調査に携わってきた。日本の生徒は諸外国に比べて数学を発展的に捉えず、日常生活に関係ないと思っている生徒が多かった。

・わが国の問題点を解決するために、算数・数学教育において創造性を高める指導法として、国立教育研究所（国立教育政策研究所の前身）数学教育研究室が中心となり、1970年代から「オープンエンドアプローチ」（正答がいく通りも可能な問題を出す）、「問題の発展的な扱いによる指導」（元の問題の一部を変えて新たな問題をつくる「問題づくり」）が開発され、その一端にかかわってきた（瀬沼・沢田、1984）。

・1991年にアメリカで、Theoni Pappas（1990）の‘The Children’s Mathematics Calendar 1991’を入手した。しかし日本においては紹介されていない。

2. 「問題づくり」「オープンエンドアプローチ」の意義

2.1　創造性を高める指導法として開発

1964年（昭和39年）に国際教育到達度評価学会（略称：IEA）が実施する「国際数学教育調査」に日本が参加した。このとき、日本の生徒は数学の得点が高いにもかかわらず、数学に対する態度は否定的であった。例えば「数学には発展性がない」「数学は答えがきまりきっている」と考える傾向が強かった。そこで、こういった問題点を解決するために、算数・数学教育において創造性を高める指導法として、国立教育研究所（国立教育政策研究所の前身）数学教育研究室が中心となり、1970年代から「オープンエンドアプローチ」（正答がいく通りも可能になるように条件づけた問題を利用する）、「問題の発展的な扱いによる指導」（元の問題の一部を変えて新たな問題をつくる「問題づくり」。元の問題を「原題」と呼ぶ。）が開発されてきた。これらは数学教育において、生徒の高次思考を育成し評価しようとする研究である（島田編、1977：竹内・沢田、1984）。「問題の発展的な扱いによる指導」は問題づくりの1つにあてはまるため、本稿においては「問題づくり」と大枠で示しておく。

なお、昭和43年（1968年）告示の小学校学習指導要領の算数科の総括目標に「統合的、発展的に考察し」という用語が入ったことにも、この国際調査の結果が一つの契機となっている。

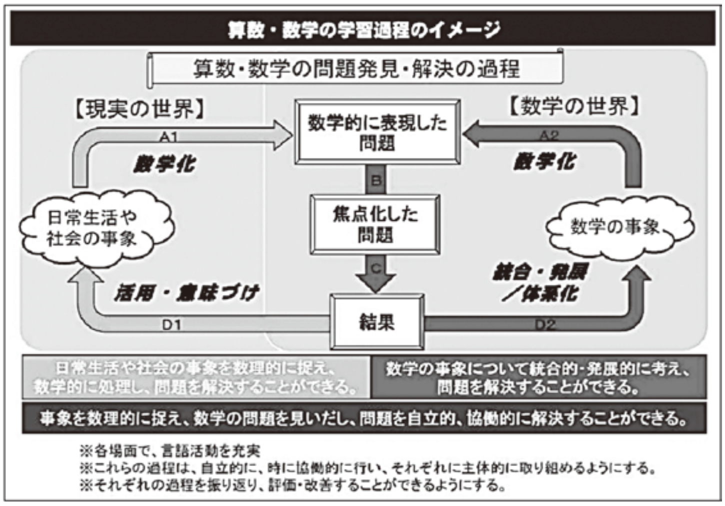

図1　算数・数学の学習過程のイメージにおける「統合・発展」
出典：『小学校学習指導要領（平成29年告示）解説　算数編』（文部科学省、2017、p.8）

2.2　最新の学習指導要領（平成29〜30年度）にも「統合的・発展的」の用語が明記

学習指導要領の改訂は平成29〜30年度に行われ、小学校は令和2年度（2020年度）、中学校は令和3年度（2021年度）から全面

実施、高等学校は令和4年度（2022年度）から年次進行で実施されている。この新しい学習指導要領においては、目標の（2）に「統合的・発展的に考察する力」が小・中・高等学校を通して明記されている。さらに『小学校学習指導要領解説　算数編』（文部科学省、2017）には、付録の部分も含めると、用語「統合的・発展的」が40か所、用語「統合的」が69か所、用語「発展的」が89か所である。

算数科改訂の趣旨及び要点として「小学校算数科においては、数学的に考える資質・能力の育成を目指す観点から、実社会との関わりと算数・数学を統合的・発展的に構成していくことを意識して、数学的活動の充実等を図った。」（文部科学省、2017、p. 6）と明記されている。この「統合的・発展的」という用語は、中央教育審議会答申で示された算数・数学の問題発見・解決の過程のイメージ（図1）を説明するのに用いられている。図1の左側は「日常生活や社会の事象を数理的に捉え、数学的に表現･処理し、問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察するという問題解決の過程」であり、図1の右側は「数学の事象について統合的・発展的に捉えて新たな問題を設定し、数学的に処理し、問題を解決し、解決過程を振り返って概念を形成したり体系化したりするという問題解決の過程」である。

なお、現実の世界と数学の世界のサイクルの重視は、OECDが実施するPISA調査の「数学的リテラシーの枠組み」や「オープンエンドアプローチ」など算数・数学教育で提唱されてきた事柄である。

2.3 「オープンエンドアプローチ」の重要性

『数学教育学研究ハンドブック』（日本数学教育学会編、2010）の「第4章　学習指導論」では11の節が設けられ、§4は「問題解決」、§5は「問題設定」、§6は「オープンエンドアプローチ」である。§6では、①1971（昭和46）年のオープンエンドアプローチのアイデアが生まれるまで、②1972～76（昭和47～51）年までの実践事例の開発、③1978（昭和53）年以降のオープンエンドアプローチに関する論文や文献の整理（橋本・橋本、2010、p. 239）について述べている。オープンエンドアプローチは、日本が世界に発信し認められた数少ないアイデアの1つであり、国際会議（ICME3、1976）やNCTM（米国数学教師協議会）の年会で認められ、英訳版が出版されたこと（Becker、Shimada（eds.）、1997）や、オープンエンドアプローチをきっかけにいくかの研究、例えば、「オープンアプローチによる指導」などが行われたことを指摘している。そして、最後にこうまとめている。「約40年前に創出されたオープンエンドアプローチの考えも、現在では文部科学省（2002）の「個に応じた指導に関する指導資料―発展的な学習や補充的な学習の推進―」（小学校算数編）でも取り上げられ、全国に公的に広がり、ごく自然に行われている。」（橋本・橋本、2010、p. 244）

なお「オープンエンドアプローチ」と「オープンアプローチ」は、用語の類似性から混同されることがあるが、「オープンエンドアプローチ」の課題（オープンエンドの問題）は3つのカテゴリー「関係や法則の発見」「分類」「数値化」に大別できる。一方「オープンアプローチ」は、子どもの興味・関心を引き、数学の世界へ子どもを誘うことがまず重要と位置付けている。

2.4 「問題づくり」「オープンエンドアプローチ」の共通点・相違点

「オープンエンドアプローチ」と「問題づくり」の基本的発想は同じであり「高次目標の評価の開発」を目的としたものであったが、日常の授業での指導法として取り入れられうるものであり、「発見的な数学的活動」の一部を経験させようとしているという（竹内、1984）。つまり「数学的活動」や「高次目標」をめざす指導法である。「問題づくり」は問題をつくる活動が主であり「オープンエンドアプローチ」は問題を解く活動が主である。オープンエンドアプローチは正答がいく通りも可能になるように条件づけた「オープンエンドの問題」が重要であるが、そのような問題をつくり出すことには困難であった。一方、問題づくりはどの範囲からでも選べる。問題をつくるのは「オープンエンドアプローチ」では教員や研究者、「問題づくり」では児童生徒である（瀬沼・沢田、1984）。

なお、筆者は算数・数学の通常の問題、多様な考え方の問題、オープンエンドの問題、問題づくりの問題の違いを、問題と答えと考え方の観点から、図2の下段のように捉えている。

通常、算数・数学の問題は答が一意に定まり、「算数・数学の問題を解くとすっきりする」(問題解決の自己肯定感)、「算数・数学は権威から自由である」(824－409＝415と教員がいったから正しいのではなく、自分で409＋415＝824とたし算で確かめる)といったよさにつながる。しかし問題にいつも答えがあるとは限らないし、答えが1つであっても考え方は多数ある場合もある。「多様な考え方」のまとめ方には「独立的な多様性」「序列化可能な多様性」「統合化可能な多様性」「構造化可能な多様性」の4タイプがある(古藤・新潟算数教育研究会、1990)。台形の面積の公式の求め方はいろいろあるが、等積変形か倍積変形かに大別でき「構造化可能な多様性」である。「オープンエンドの問題」は、「関係や法則の発見」「分類」「数値化」に大別でき、「関係や法則の発見」として、「九九表からきまりをみつける」問題などがある。九九表をじっくり見ると、数の並び方、数の増え方、対角線上の数などいろいろなきまりがみつかる(吉川、1977)。「問題づくり」には様々のタイプがあるが、「原題がある問題づくり」「原題のない問題づくり」に大別できる。「原題のない問題づくり」は、元の問題がなく、問題づくりを行わせる活動である。「原題がある問題づくり」は、「3つの連続する奇数の和が177のとき、この3つの数を求めなさい」(長崎、1984)の問題をまず解き、次に「この問題の一部を変えて新しい問題をつくりましょう」と元の問題の一部を変えて新たな問題をつくらせる。類似の指導法には問題の一部を否定することによるブラウンとワルターによる‘what if not strategy’がある。なお‘what if not strategy’は、指導の方法論だと筆者は考えていたが、真に創造的な思考展開をねらった数学カリキュラムづくりにねらいがあったとのことである(平林、2010)。

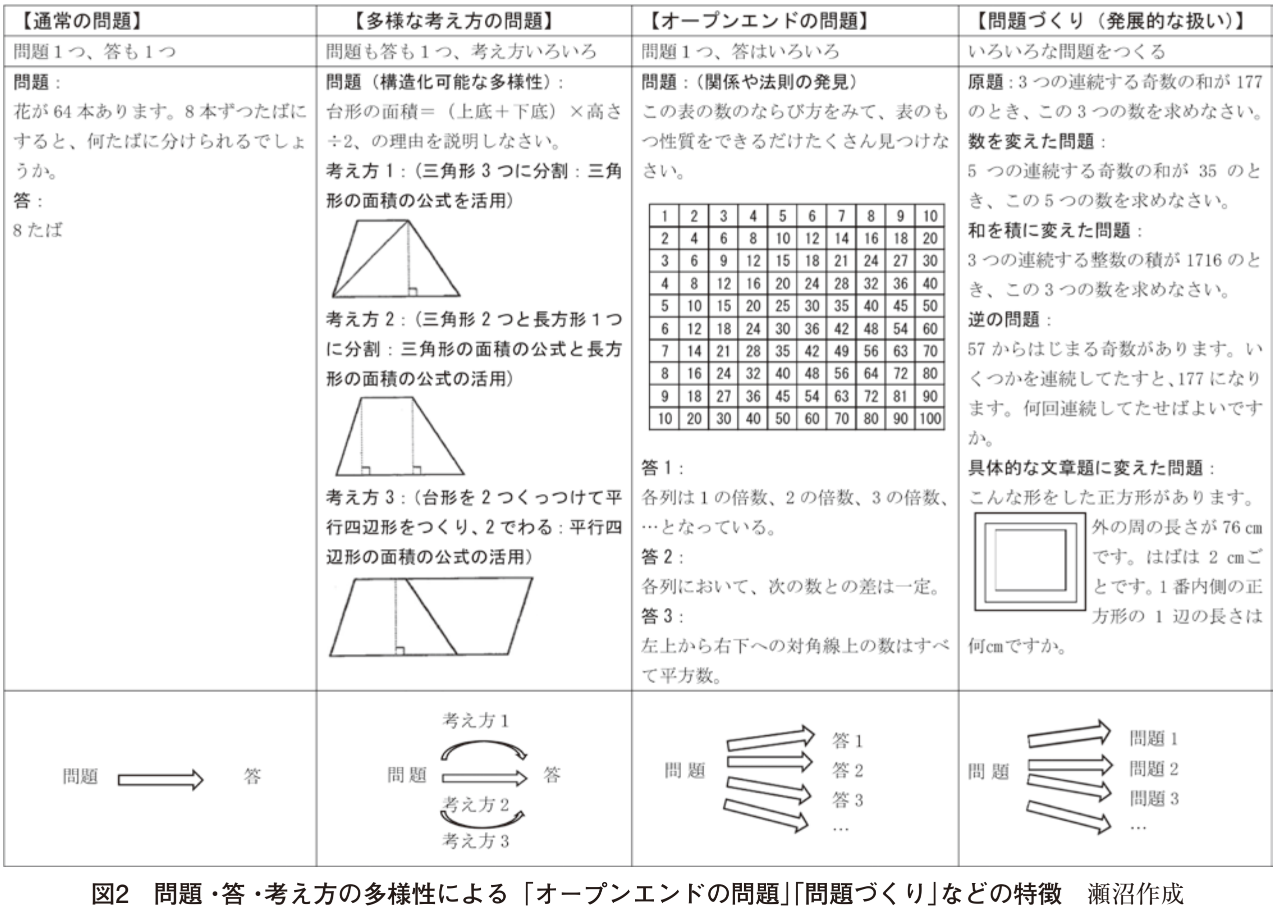

図2　問題・答・考え方の多様性による「オープンエンドの問題」「問題づくり」などの特徴　瀬沼作成

2.5 「問題づくり」の日本でのルーツやブームと今日の展開

大正中頃から昭和初期は、児童中心主義教育思想を背景とした算術教育実践が精力的に展開された時期である。その一つが、大正時代の奈良女高師附属小学校で取り組まれた「作問中心の自発学習指導法」であり、児童自身がつくった問題を中心として算術の授業を展開した清水甚吾の実践は、今日の「問題づくり」のルーツであるという（植田、2010）。また、当時の奈良女高師附属小学校の授業実践は教育界全体の流れであり算術もその流れの中にあるという（平林、1958）。

問題をつくることは、今日ではあえていわずとも自然に行われている。「子どもが問題をつくる。今ではさほど珍しくはない算数・数学の学習での指導法ですが、今から40年ほど前にはちょっとしたブームになりました。当時の国立教育研究所（現・国立教育政策研究所）が中心となって、「問題の発展的な扱いによる指導とその評価」をテーマにおよそ5年に亘って研究が推進されました。…（中略）…「問題づくり」は、今ではごくふつうに教科書に載り、最近では学習評価の事例としても取り上げられています。当時は特別な趣のあった指導法もすっかり空気のようなものとなり、「もし…だったら」との問いかけも今では授業ではごく当たり前のものです。」（山崎、2022、p. 1）

中学校・高等学校において「子どもが問題をつくる」ことは、昭和15年以降の中等教育における「数学教育再構成運動」の理念だと思って筆者は考えていたが、本稿を執筆するにあたって数学教育の歴史を見直したところ、昭和10年の国定教科書『尋常小学算術』（通称、緑表紙）を中心となって作成した塩野直道（文部省図書監修官）の「要目カス論」に通ずることがわかった。オープンエンドアプローチを1970年代に開発した島田は、塩野の「要目カス論」に触れながら、次のように述べている。「私が再構成運動に共感し、その研究にとびこんでいった根本の動機は、当時の中学校数学科の内容を包んでいた閉鎖的で発展性のない数学観と、高師・大学の数学の講義を通じて垣間見た近代的な数学の自由で多様な発展性を許す数学観とのズレであった.…（中略）これに対して、塩野先生の論は、数学は生徒が作り上げるべきもので、要目というのは、作り上げたものを既成の立場から改めて固定した名にすぎず、作り上げていく活動自体が教育の対象となるべきものとしたのであると解せられる。…この「カス論」と同方向の考え方は、また再構成運動の主要な考え方であったともいえる…」（島田、1982、p. 266）

なお、CiNiiにて論文検索を行うと、オープンエンドアプローチ、問題づくりの先行研究はそれぞれ100編以上ある。算数・数学カレンダーは、類似語を含めまったくない。

表1　本稿のキーワードに関する先行研究

検索語	合計	論文	本	博士論文	プロジェクト
オープンエンドアプローチ	123	112	5	0	6
問題づくり	357	309	28	1	19
問題作り	150	124	9	0	17
算数・数学カレンダー	0	0	0	0	0

注1）CiNii（サイニィ）で検索を行った。表1は瀬沼作成（検索日：2022年8月15日）。

注2）最下段の「算数・数学カレンダー」は、検索語として「算数カレンダー」、「数学カレンダー」、「Math カレンダー」、「Mathematics カレンダー」、「Mathematical カレンダー」で検索を行い、いずれも0編であることを示す。

3. 「算数・数学カレンダー」とは何か

3.1 テオニ・パパスの“The Children’s Mathematics Calendar”

筆者は1991年4月から1992年2月まで、文部省の在外研究により、アメリカ・イギリス他の算数・数学カリキュラムの動向の研究を行っていた。アメリカのサンディエゴ州立大学（略称SDSU）に客員教授として滞在したおり、キャンパスの書店で入手したのが、テオニ・パパスのカレンダーであった。このカレンダー

は、1月1日の欄に「1×9－(9－1)」、1月2日の欄に「このカニにはハサミが何本？（カニの絵入り）」、1月3日の欄に「私は奇数で素数の最初の数。私は誰？」、1月4日の欄に「この正方形の面積は16平方メートル。1辺の長さは？（正方形の図入り）」、1月5日の欄に「(？, 3)（xy座標平面で、(5、3）の位置に点がある図入り)」とあり、問題を解くとその答えが日付になるようになっていた。カレンダーの裏表紙にはこのカレンダーの説明がある。特徴をまとめると、次の通りである。

・このカレンダーは、どの日も違う問題になるようにデザインされている。
・問題の答えが、問題が書かれた欄の日付に対応している。
・1年生から8年生の範囲の問題を含めている。（筆者注：当時アメリカの学校制度はK（幼稚園）から5年が小学校、6年から8年は中学校が主であった。つまりこのカレンダーは日本の小・中学生向けである。）
・考え方を刺激し、数学の新しいアイデアの発見の助けとして、他の生徒、保護者、教師と一緒に取り組む機会を提供する。

テオニ・パパスは多くの著作があり、日本でも『数学は生きている―身近に潜む数学の不思議』『数学スキャンダル』などが翻訳されている。算数・数学カレンダーは、children とタイトルについていない一般向けの数学カレンダーも含めると、1979年から2019年まで40年もの間、毎年作成されているにもかかわらず、翻訳も紹介もされていない。

3.2　国際数学者会議の“SEOUL ICM 2014 Mathematical Calendar”

‘mathematics’、‘calendar’でGoogle検索すると、大学の数学科の予定表が検索されることが多い。一方、2014年韓国ソウルで開催された国際数学者会議のサイトでは、イベント「数学の普及」の一つとして、

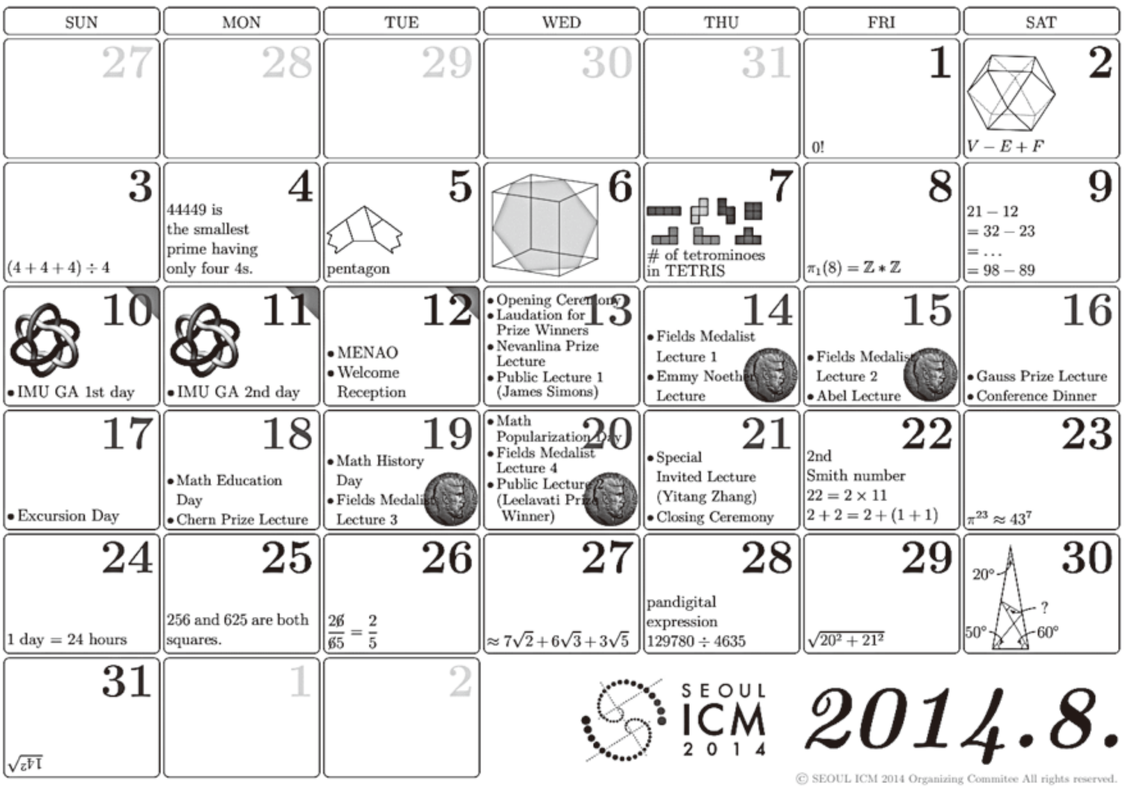

図3　国際数学者会議で公開された「算数・数学カレンダー」（2014年8月分）

出典：Seoul ICM 2014 Organizing Committee (2014) ‘Mathematical Calendar’, International Congress of Mathematicians
https://www.mathunion.org/fileadmin/IMU/ICM2014/offline/en/events/popularization/calendar1.html（2022年8月1日閲覧）

数学カレンダーを紹介している。その内容は、国際数学者会議のスケジュールも含め、小学生レベルの問題から数学者にしか理解できない問題も含めているとのことである。そして、2014年の1年分のカレンダーが、無料でダウンロード可能になっている。

図3はSEOUL ICM 2014 組織委員会が作成した1年分のカレンダーの中の、2014年8月の問題である。しかしなぜこの問題の答えがその日になるかの解説はないので、筆者なりの解説を加えておく。問題によっては、数をさかさまにしたなぞなぞ的な問題（31日）もある。8日は筆者が解けない問題であり、香川大学の高野啓児教授及び松島充准教授にご教示いただいた。

1日：0！（零の階乗は1:階乗の定義）

2日：V－E＋F（オイラーの多面体定理：(V：頂点の数)－(E：辺の数)＋(F：面の数)＝2。正三角形8個と正方形6個の凸多面体において、頂点の数12、辺の数24、面の数14。実際12－24＋14＝2になる。

3日：4を4つと演算記号、カッコなどを使って数を作るFour foursの問題。実際（4＋4＋4）÷4＝3

4日：44449は4を4つ使ってできる最小の素数。実際、44449は4620番目の素数。

5日：箸袋を折ってできた部分は、正五角形になる。

6日：立方体を図のような平面で切ると、切り口は六角形になる。

7日：テトリスゲームでは、7種類のテトロミノ（ブロックピース）が使われる。

8日：8の字を図形としてみたときの基本群（π_1）はZ（整数）2つの直積になる。

9日：21－12＝32－23＝…98－89＝9　これらは二桁の数からその一の位と十の位を逆にした数を引くと、どれも9になる。

10日：会議内容：国際数学連合総会1日目

11日：会議内容：国際数学連合総会2日目

12日：会議内容：発展途上国の数学、歓迎レセプション

13日：会議内容：開会式、受賞者表彰式、ネヴァンリンナ賞受賞講演、公開講演1

14日：会議内容：フィールズ賞受賞講演1、エミー・ネーター特別講演

15日：会議内容：フィールズ賞受賞講演2、アーベル特別講演

16日：会議内容：ガウス賞受賞講演、会議ディナー

17日：会議内容：小旅行（エクスカーション）

18日：会議内容：数学教育の日、チャーン賞受賞講演

19日：会議内容：数学の歴史の日、フィールズ賞受賞講演3

20日：会議内容：数学の普及の日、フィールズ賞受賞講演4、公開講演2

21日：会議内容：特別招待講演、閉会式

22日：2番目のスミス数。スミス数とは、素因数の各位の数字の和が、元の数の各位の数字の和になる数。22＝2×11と素因数分解できる。素因数の各位の数字の和は、2＋1＋1＝4、元の数字は22なので、数字の和は2＋2＝4。よって22はスミス数。なお、最小のスミス数は4。

23日：πの23乗は、π＝3.14159265359とすれば、271923706894。43の7乗は271818611107。答えは、上から3ケタまで271で同じ。

24日：一日は24時間。

25日：256も625にも、数字25が含まれている。しかも、256も625も平方数である。実際、625は25×25、256は16×16。

26日：26/65を正しく約分すると2/5。6が分母と分子の両方にあるので、6を消すという誤った約分のやり方でも答えは2/5となる面白い問題。

27日：$7\sqrt{2}+6\sqrt{3}+3\sqrt{5}$は、約27。

28日：0から9を1回ずつ使った数（パンデジタル数）の式：129780÷4635の式には0から9が1回ずつ使わ

れており、わり算の答えは28。
29日：20×20＋21×21＝400＋441＝841。841は29×29。
30日：ラングレーの問題。図内に補助線を引き、正三角形を作り、角度を求めると30°になる。
31日：14×14＝196、196の数字をひっくり返すと961。$\sqrt{961}=31$

このカレンダー全体（1月から12月までの365題）の特徴は、素数に関する問題、$\sqrt{\ }$に関する問題、パンデジタル数に関する問題など、数に関する問題が圧倒的に多いことである。

3.3　既に制作事例として紹介した「算数・数学カレンダー」

この節では、すでに紹介したカレンダーの内容10事例（瀬沼、2021a：瀬沼、2021b：瀬沼、2022）のうち、2022年に公開した事例について解説を加える。なお2021年に公開したのは、ゼミの学生9名が個別に制作した「算数・数学カレンダー」（2019年11月分）である（瀬沼、2021a：瀬沼、2021b）。

まず、本稿において「制作」という用語を用いたのは、一日一日の個別の問題というよりも、1か月のまとまりとして、作品の内容の多様性、発展性、美しさも評価するからである。つまり、ある種の芸術作品と考えている。なお2022年に公開したのが、なぜ2013年のカレンダーかというと、前節で示した2014年の国際数学者会議よりも前というエビデンスを示すためである。カレンダーのタイトル、枠は筆者が設定し、印刷したカラーの用紙に手書きで記入してもらっている。

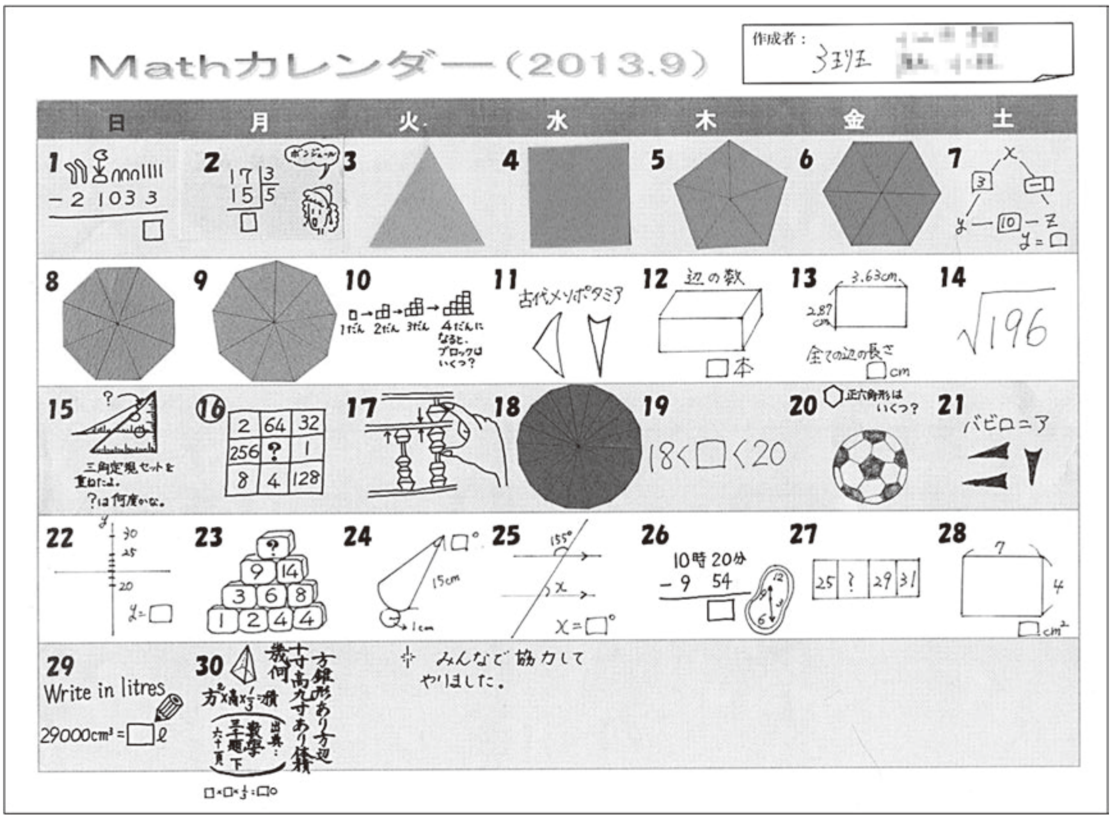

図4　グループで制作した「Mathカレンダー」（2013年9月分）
出典：https://www.tamagawa.jp/correspondence/about/column/detail_20132.html（2022年8月1日閲覧）

このカレンダーは、2013年度の夏期スクーリングでの制作である。参加者28名を50音順に4名ずつの7班に分け、班全員で考えても、主な分担を決めてもどちらでもよいことにした。なぜこの班のカレンダーをとりあげたかというと、イラストが多く文字も見やすい、算数・数学の様々の内容領域（数と計算、量と測

定、図形、関数）の問題を含んでいる、正多角形は辺の数が多くなると円に近づく様子が1か月を通すと視覚的に分かりやすい、筆者のスクーリングの指導内容が随所に活用されている（1日の象形文字、30日の数学三千題の問題）などの理由からである。

制作にあたっては、筆者が持っている次の資料を自由に閲覧できるようにしている。

・日本の算数・数学の教科書（昭和～平成）
・江戸時代の和算関連書物
・諸外国の算数・数学教科書（アメリカ、イギリス、シンガポール、ロシア等）

各問題について、答えの解説や作った問題の重要性を、算数・数学指導の観点も含めて解説する。関連するスクーリングの指導内容は、【　】で記する。

1日　【現代では数を表すのに10進位取り記数法が使われているが、古代エジプトでは象形文字（ヒエログリフ）を使った。】この問題は、象形文字で21034－21033＝1を表す。

2日　【数字は現在世界共通となっているが、演算記号や計算の仕方が異なる国がある。わり算の記号は日本では「÷」であるが、「：」を使う国がある。筆算の表記も異なる国がある。】17÷3＝5あまり2を、フランスではこのような筆算で表す。

3日　【正多角形の辺の数が増えると円に近くなる：例、かさの形】正三角形

4日　正四角形（正方形）

5日　正五角形

6日　正六角形

7日　【三角形の各辺の両端の数の合計がまん中の数になる「アリスモゴン（数の多角形）」の問題。「数学的問題解決の日米比較研究」で、三角形のアリスモゴンと四角形のアリスモゴンの問題の正答率を日米で比較したところ、日本の子どもは、解の求め方がわかっている三角形のアリスモゴンはできたが、試行錯誤が必要な四角形のアリスモゴン問題はあまりできなかった。アメリカの子どもは試行錯誤が得意。】3辺をたすと、$2(x+y+z)=3+(-1)+10=12$。両辺を2で割って、$x+y+z=6$。三角形の右辺より$x+z=-1$。よって$y=7$。

8日　正八角形

9日　正九角形

10日　【段が1つ増えるたびに、その段と同じ数だけブロックが増える規則性がある問題は、数学的な考え方の指導によく使われる。】1だん（ブロック1こ）→2だん（ブロック1こ＋2こ＝3こ）→3だん（ブロック1こ＋2こ＋3こ＝6こ）→4だん（ブロック1こ＋2こ＋3こ＋4こ＝10こ）

11日　古代メソポタミアで使われていた、楔（くさび）形文字による11の表し方。1（右側の楔形文字）と10（左側の楔形文字）の2種類の文字だけで、1から59までの数を表した。

12日　【みえないところにも注意しながら、きちんと数えることができることが、立体や空間図形の指導において重要。】直方体（箱の形）の辺の数は、図に見えている9本と、隠れて見えない3本がある。

13日　【国際数学・理科教育動向調査によると、日本の小学校4年生は長方形の縦と横の長さが示されると、まわりの長さを求める問題でも誤って面積を求めがちである。】2.87＋3.63＋2.87＋3.63＝13

14日　【ルートと平方根の区別をきちんと指導することが重要。】ここでは$\sqrt{\ }$の記号があるので14。196の平方根（2回かけて196になる数）は±14。

15日　$60°-45°=15°$ 身近な三角定規2つを組み合わせて、いろいろな大きさの角を作ることができる。

16日　【算数・数学においても、漢字を正しく書くことは教師の教養として必要。多い間違い例には、分数・少数（正しくは分数・小数）、直経（正しくは直径）がある。魔方陣は「魔法」と間違いやすいが、正方形なので「方陣」である。】縦横斜めどこをかけても同じ数（この場合は4096）になる魔方陣。2段目が256×？×1、3段目が8×4×128。3段目を式変形すると8×2×256。電卓がなくても8×2＝16と求

められることが重要。

17日　【日本の伝統文化として、そろばんは算数3年・4年の内容に位置づけられている。筆者はそろばんが苦手で、小学生のときは暗算で答えを求めてその数をそろばんで表していた。】そろばんの17。

18日　正十八角形

19日　不等号で示された18より大きく20より小さい数。「整数で！」と加えるとよい。整数の制限がないと、18.1、18,0001のように多くの数が当てはまり、正答が19とは限らない。

20日　【夏期スクーリングで、全員がサッカーボールを作成した。サッカーボールの作成にあたっては、1枚の紙(平面)から立体ができることに感動したという感想がみられた。】サッカーボールをよく見ると、正五角形と正六角形が潜んでいる。

21日　11日の古代メソポタミアと同じ楔形文字。左側の図の形は11日の形と修正するとよい。

22日　y軸の目盛りが20から始まり、直線y＝22が描かれている。

23日　【ドイツの数学教育者ビットマンがたびたび紹介し、近年日本の算数教科書にも取り入れられている「数の石垣」の問題。隣接する下の数をたすと上の数になる。】9＋14＝13なので、？は23。

24日　円すいの展開図。側面は円の一部となり、円の中心角は底面の半径と反比例する。360÷15＝24。

25日　平行線の錯角をたすと180°。180－155＝25。

26日　10時20分－9時54分＝26分。時間の計算においては60分＝1時間に注意。

27日　数の規則性をみつける問題。25、？、29、31なので、？＝27。25、？、29の3つの場合、答えは一つに定まらない。数は4つ必要。

28日　【長方形の面積＝縦×横、または、長方形の面積＝横×縦と学習指導要領に明記されている。】長方形の面積を求める問題。

29日　【2011年以降の算数教科書では国際単位系の表記にあわせリットルは「L」と表されている。】英語で書かれた容積の問題。1リットルは1000cm^3なので、答えは29リットル。

30日　【『数学三千題』（尾関正求著）は明治期の教科書検定以前の数学教科書であり、ベストセラーであった。】正四角すいの体積＝(底面の1辺×1辺)×高さ×$\frac{1}{3}$。10×10×9×$\frac{1}{3}$＝300。答えの部分が□0とあるので、□は30。式　□×□×$\frac{1}{3}$＝□0、は「同じ数を2回かけてそれに3分の1をかけるとその数を10倍した数になる」『数学三千題　下』（明治13–16年）にある問題を参考とした問題。

4. 大学生が制作した「算数・数学カレンダー」の問題の考察

4.1　問題をつくる力の育成を目指して

「1. はじめに」で述べた通り、算数・数学を指導する教員に重要な力は、問題をつくる力であると考える。ところが教職課程にいる学生は、算数・数学の問題を解いた経験はあってもつくった経験は少ない。算数・数学の指導とは、知識・技能を与え、問題を解くコツを指導することだと思っている学生も多い。そこで「算数・数学カレンダー」制作を指導に取り入れてきた。

4.2 「算数・数学カレンダー」制作の方法と対象

3つの大学の教職課程において「算数・数学カレンダー」の指導を取り入れてきた。本稿においては、玉川大学における方法と結果の一部を分析・考察する。

カレンダー制作にあたっての準備は、次の①から③のどれかであり、状況に応じて組み合わせも行う。

①創造的に考える練習を行う。「答えが1になる問題は？」と聞くと「2－1」という問題が出る。「たし算だったら？かけ算だったら？」と聞くと「1＋0、1×1」などが出る。「小数を使うと？図形では？関数では？」と聞くと「0.1×10、縦1cm横1cmの正方形の面積、y＝xでx＝1のときのyの値」などが出る。このよう

に短い時間で、学んだことを思い出す練習を行う。

②制作されたこれまでのカレンダーの問題を提示し紹介する。他の学生の作った問題を自分なりに解説させる。印刷配布するとその問題の影響が大きいため、提示のみにとどめる。

③算数・数学教科書から答が1、答が2…の問題を探す活動を行う。答えは問題文にある数値でもよい。

玉川大学においては、（ア）（イ）の大学生を対象に実践した。

（ア）教育学部の通学課程：2012年度～2021年度。ゼミ生1人で当該年度の1か月分を制作。同一年度のゼミ生間で同じ問題の日付があった場合は、当事者同士が話し合いを行い、誰かが違う問題に変更する。問題を解いて日付と答えが合うかどうか確認する。大学の文化祭である「コスモス祭」が開催される際には教室の掲示物とし、来場者には制作した「算数・数学カレンダー」を配布した。

（イ）教育学部の通信課程の夏期スクーリング：2013～2015年度。3–5人程度の班に分かれ、協働で制作した。スクーリング5日目、6日目など、スクーリングの講義・演習で学んだ内容を統合的、発展的に活用できるかを評価したいという考えもあった（詳細は3.3節参照）。江戸時代や明治から今日までの、わが国と諸外国の算数・数学教科書の貸し出しを行った。最終日に制作した問題の発表・解説を行う時間を設け、この時点で発表者が自身の誤りに気づくこともあった。工夫した点もアピールし発表するようにした。

4.3 「算数・数学カレンダー」の分析対象年度と問題数

本稿では、4.2節の（イ）の2015年度の結果を分析の対象とする。なぜこの年度かというと、参加者数が59名と多く、かつ「興味深い問題」を一人5題以上10題以内で記入したデータがあるからである。

制作した「算数・数学カレンダー」の各問題を合計すると、1か月分で30題、10班分で合計300題となる。この問題に対する大学生の感想を分析し「算数・数学カレンダー」制作の意義を考察することとする。なお、この年度のカレンダーは10班分、すなわち10枚ある。紙幅の関係上、カレンダー全体を表示するのではなく、どの問題への興味が高かったのか、その理由は何かを中心に分析を行う。

4.4 大学生が興味深いと考えた問題

質問項目は、図5に示したように「Mathカレンダーにおいて、興味深い問題を5題以上10題以内で、あげなさい。」であり、班番号、日づけと問題内容、興味深い理由を記入するようになっている。

Math カレンダーにおいて、興味深い問題を5題以上10題以内で、あげなさい。

	班No	日づけと問題内容（主な内容）	興味深い理由
①			
②			
③			
④			
⑤			
⑥			
⑦			
⑧			
⑨			
⑩			

図5　2015年カレンダーに関する質問項目

表2　1人何題回答したか

回答数	人数	割合
5題	15名	25%
6題	8名	14%
7題	6名	10%
8題	3名	5%
9題	2名	3%
10題	25名	42%
合計	59名	100%

表2はこの質問項目に対し、1人何題興味深い問題を回答したかの分布を示している。10題が最も多く25名（42%）、次いで5題が15名（25%）である。

各班30題、10班で合計300題の問題のうち、どの問題が何名から興味深い問題としてとりあげられたかをまとめたのが表3である。4名以上から「興味深い」と回答された問題については、その人数のセルを網

掛けしている。1班は、5日の問題が4名から、22日の問題が5名から「興味深い」と回答されたことを示している。

表3　興味深い「算数・数学カレンダー」の全体像（班・日付別の問題数）

日付		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	合計
班番号	1	2	0	0	0	4	0	2	0	0	0	1	0	1	0	3	0	0	1	2	0	0	5	2	0	1	1	3	1	2	0	31
	2	0	0	0	0	1	21	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	2	0	0	2	0	3	0	0	3	0	0	42
	3	2	0	1	1	1	2	1	1	0	1	4	2	0	3	1	0	0	0	0	6	3	4	5	1	16	0	0	0	1	1	57
	4	19	0	0	1	4	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0	15	0	0	3	1	0	1	0	0	0	2	0	0	1	0	50
	5	0	0	1	0	1	4	2	0	0	5	0	0	0	2	0	0	0	3	0	0	10	0	1	0	0	0	0	1	1	10	41
	6	0	0	1	0	3	4	0	3	0	2	1	7	1	0	0	0	0	1	0	0	0	3	0	3	1	1	0	1	0	4	36
	7	5	0	5	1	0	0	0	1	8	3	2	0	0	0	2	0	4	0	4	0	0	1	0	0	0	0	0	3	3	3	45
	8	1	0	1	0	11	0	0	0	0	0	0	1	4	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	30	1	2	1	57
	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	3	1	0	0	1	2	3	11	1	1	26
	10	1	6	2	2	5	1	0	3	2	0	1	0	2	3	1	0	0	13	0	0	11	0	2	11	1	2	0	1	2	0	72
合計		30	6	11	5	30	32	5	8	14	12	11	12	8	9	8	15	6	21	12	9	28	15	12	15	24	8	36	22	13	20	457

表3から「興味深い」と回答された問題数の合計は457題である。日付別に合計欄をみると、4日と7日が5題と最も少なく、27日は36題と最も多い。

表4　10名以上が「興味深い」と回答した問題

No	班・日付	人数	問題内容
1	8班・27日	30名	そろばん
2	2班・6日	21名	三角形はいくつ？
3	4班・1日	19名	数の石垣
4	3班・25日	16名	色のついた部分の面積
5	4班・16日	15名	音符
6	10班・18日	13名	台北とハワイの時差
7	8班・5日	11名	キティちゃんの身長
8	9班・28日	11名	自由を求めて
9	10班・21日	11名	フィボナッチ数列
10	10班・24日	11名	最短の行き方は何通り？
11	5班・21日	10名	複雑な分数計算
12	5班・30日	10名	1Feetは何cm？

表4は、表3において10名以上が「興味深い」と回答した問題12題を、その問題の内容を加えて一覧に示したものである。問題内容は筆者が簡単にまとめたものである。

興味深い問題として1番多かったのは8班の27日の問題（そろばん、30名）、次に2班の6日の問題（三角形の数はいくつ？、21名）、4班の1日の問題（数の石垣、19名）、3班の25日の問題（色のついた部分の面積、16名）、4班の16日の問題（音符、15名）、10班の18日の問題（台北とハワイの時差、13名）、8班の5日の問題（キティちゃんの身長、11名）、9月の28日の問題（自由を求めて、11名）、10班の21日の問題（フィボナッチ数列、11名）、10班の24日の問題（最短の行き方は何通り？、11名）、5班の21日の問題（複雑な分数計算、10名）、5班の30日の問題（1Feetは何cm、10名）である。

4.5　大学生が興味深いと考えた理由

表5「興味深い理由」の分類

現実とのつながり	28題
他教科とのつながり	29題
歴史・文化とのつながり	7題
児童生徒への指導の在り方	39題
自身の学びの必要性や興味・関心	177題
問題の出し方の工夫	188題
合計	468題

なぜこれらの問題が興味深いのか､その理由は多岐にわたる。

表5は「興味深い理由」を、「現実とのつながり」「他教科とのつながり」「歴史・文化とのつながり」「児童生徒への指導の在り方」「自身の学びの必要性や興味・関心」「問題の出し方の工夫」の6つの観点から分類したものである。「興味深い」と回答された問題数は前述したように457題である。そのうち5題は、理由が無記入であり、理由の有効回答数は452題である。6つの観点で分類すると2つの理由に該当すると思われる回答

が16題あり、合計は表5に示すように468題となる。

表6は「興味深い理由」の分類の具体例である。

表6　「興味深い理由」の分類の具体例　（該当する観点に1と記入）

班	日付	興味深い理由（注：回答者の原文ママ）	現実とのつながり	他教科とのつながり	歴史・文化とのつながり	児童生徒への指導の在り方	自身の学びの必要性や興味・関心	問題の出し方の工夫
10	18	実生活と関連しているため。	1					
1	22	日常で活用できる問題だったから	1					
10	18	旅行のために必要な知識だから	1					
4	16	音楽の勉強もできる		1				
1	19	体育ともつながっていると思った。		1				
2	18	理科と算数が融合しているから		1				
8	27	古典的な問題だから			1			
1	15	戦後70年にふさわしく、歴史を知る上で大切。			1			
3	22	日本の文化的な表現を学べている点。			1			
6	24	子どもはこういう問題が苦手だろうなと感じられたから。わかるように教えられるようになりたいから。				1	1	
3	25	図の書き方に工夫があって、児童が食いつきそう				1		1
3	20	表をつかっていて子ども向きだと思った。				1		1
9	28	問題文がおもしろく、児童でも笑ってしまいそう。				1		1
3	20	現在、小学校で働いており、児童がよく九九の表を見ているから				1		
7	1	これが使えるのは「サブ・ロー・君」(30°、60°、90°）と子どもも憶えやすい				1		
1	22	すぐに答えが出ないので、面白い					1	1
8	5	「そうなんだ」と感心したから					1	
10	9	高校数学を忘れていたから。					1	
8	27	そろばんが全くわからないので、逆に興味を引かれた。					1	
5	30	私自身が知らなかったから。					1	
8	27	こうやって提示したら無理なくなるほどと思えるのだと実感した						1
10	18	発想が面白く想像して楽しい						1
9	28	問題「自由を求めて」に遊び心がある						1

10班の18日の問題は「実生活と関連しているため。」と理由が記入されていた。これは「現実とのつながり」に分類した。4班の16日の問題は「音楽の勉強もできる」と記入されていた。これは「他教科とのつながり」に分類した。8班の27日の問題は「古典的な問題だから」と記入されていた。これは「歴史・文化とのつながり」に分類した。6班の24日の問題は「子どもはこういう問題が苦手だろうなと感じられたから。わかるように教えられるようになりたいから。」と記入されていた。これは「児童生徒への指導の在り方」と「自分の学びの必要性や興味・関心」の両方に分類した。3班の25日の問題は「図の書き方に工夫があって、児童が食いつきそう」と記入されていた。これは「児童生徒への指導の在り方」と「問題の出し方の工夫」の両方に分類した。1班の22日の問題は「すぐに答えが出ないので、面白い」と記入されていた。これは「自分の学びの必要性や興味・関心」と「問題の出し方の工夫」の両方に分類した。9班の28日の問題は

「問題「自由を求めて」に遊び心がある」と記入されていた。これは「問題の出し方の工夫」に分類した。

図6は、表4で示した10名以上が「興味深い」と回答した問題12題そのものである。上記の理由の分類例も示しながら解説する。

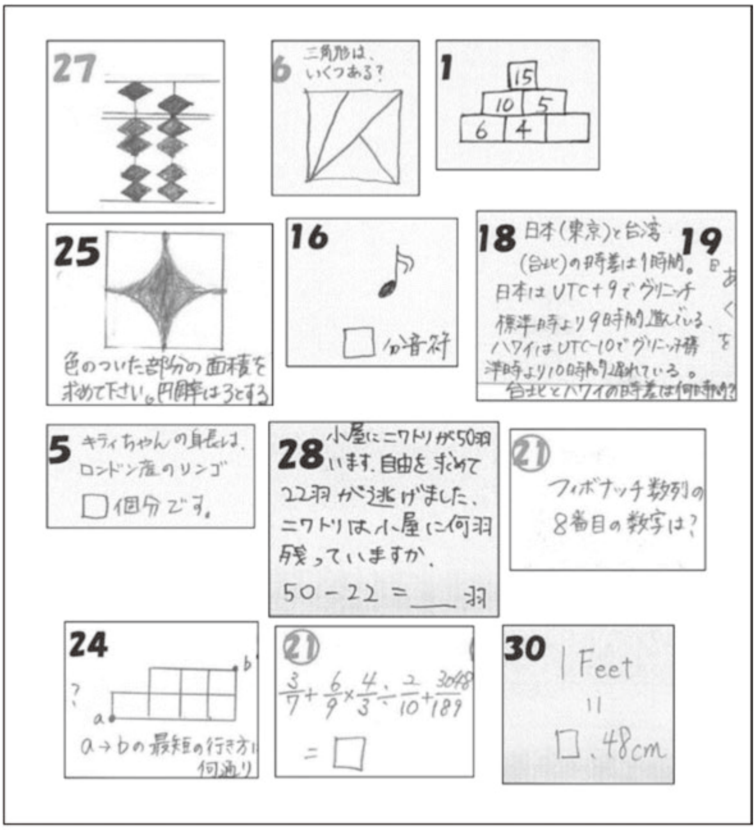

図6　10名以上が「興味深い」と回答した問題（表4の問題）

「そろばん」は、自分にその発想がなかった、忘れていた、なつかしい、苦手・理解していないので、などである。「三角形はいくつある？」は、小学生がくいつきそう、パズル的で面白い、「数の石垣」は、すぐに実践で使えそう、数の合成・分解を考える問題だから､「色のついた部分の面積」は、児童が解いた時に気持ちが良さそう、複雑で面白い、「音符」は、算数と音楽を結び付けている、横断的な知識が身につきやすい、「台北とハワイの時差」は、実生活と関連している、海外に行くときに時差は絶対わかっていた方がよい､「キティちゃんの身長」は、児童の興味をひく、ロンドン産以外だったらと想像がふくらむ､「自由を求めて」は、問題文がユニーク、児童も笑ってしまいそう､「フィボナッチ数列」は、くわしく知りたいと思ったから、現在大学で学んでいるため､「最短の行き方は何通り？」は、難しくて解きたくなるから、場合の数について見直したい、「複雑な分数計算」は、最後の3048/189の数字を出して合わせたのがすごい、ここまでの細かい計算はかえってやりたくなる､「1Feetは何cm？」は、知らなかった単位をおぼえることができた、単位の由来に興味をもった、などである。

上記12題を含めたカレンダーの問題全体から「興味深い問題の理由」を考察すると､「現実とのつながり」（あと何日寝たらクリスマス、1500円から10％引き、など)､「他教科とのつながり」（音楽、理科、体育、社会との関連)､「歴史･文化とのつながり」（終戦記念日は8月のいつ、など)､「児童生徒への指導の在り方」（角度30°、60°、90°の三角形はサブ・ロー・君と子どもが覚えやすい、など)､「問題の出し方の工夫」（確かめられる、数学の面白さが伝わる)、そして意外にも多かったのは､「自身の学びの必要性や興味・関心」（自分にはその発想がなかった、知らなかった、難しい、もっと勉強したい）という感想であった。

5. まとめと今後の課題

本稿の主な知見は次の通りである。

(1)「問題づくり」「オープンエンドアプローチ」は、国際的な学力調査で明らかになった日本の生徒の欠点に対し創造性を高める指導法として開発され、今日多様な展開をみせており、多くの実践例がある。

(2)「算数・数学カレンダー」は問題の答えが日付になるカレンダーであり、海外では1979年から制作されている。日本では､「算数・数学カレンダー」は教職課程でも小・中・高等学校でも報告されていない。

(3)「算数･数学カレンダー」制作と発表のプロセスを通し、算数･数学の問題の出し方の工夫を学び、算数･数学を現実や他教科や歴史・文化とつなげる視点を持ち、児童生徒への指導の在り方、自身の学びの必要性や興味・関心が高まる創造的な活動であり、教職課程の大学生にとって意義ある活動であると示唆される。

今後の主な課題は次の通りである。

・本稿で述べられなかった年度の実践例と感想を分析・考察すること。
・算数・数学教科書における「問題づくり」「オープンエンドアプローチ」の変遷、特に、新しい学習指導要領に基づく令和2年以降の教科書の状況を調べること。

【主な参考・引用文献】

植田敦三（2010）「問題づくりのルーツ」、『日本数学教育学会誌』第92巻11号、pp. 14−15

古藤怜・新潟算数教育研究会（1990）『算数科 多様な考えの生かし方まとめ方』、東洋館出版社

島田茂編（1977）『算数・数学科のオープンエンドアプローチ―授業改善の新しい提案―』、みずうみ書房

島田茂（1982）「塩野先生の思い出」、塩野直道先生追想集刊行委員会編『隋流導流』、啓林館、pp. 265−267

瀬沼花子・沢田利夫（1984）「問題解決から見た『算数・数学科の問題の発展的な扱いによる指導』」、『日本科学教育学会年会論文集』8、pp. 228−229、https://doi.org/10.14935/jssep.8.0_228（2022年8月1日閲覧）

瀬沼花子（2021a）「「算数･数学の生活化」をめざし子どもを楽しく導ける教員に」、『全人』2021年2月号、https://www.tamagawa.ac.jp/education/news/detail_060.html（2022年8月1日閲覧）

瀬沼花子（2021b）「実世界と結びついた算数･数学教材の展望―国定算数教科書『カズノホン』を中心に―」、『玉川大学教師教育リサーチセンター年報』第11号、pp. 33−46

瀬沼花子（2022）「夏期スクーリングの思い出と期待」、『通信からの“風”』 https://www.tamagawa.jp/correspondence/about/column/detail_20132.html（2022年8月1日閲覧）

Seoul ICM 2014 Organizing Committee (2014) “Mathematical Calendar”, International Congress of Mathematicians.https://www.mathunion.org/fileadmin/IMU/ICM2014/offline/en/events/popularization/calendar1.html（2022年8月1日閲覧）

竹内芳男（1984）「1章　問題から問題へ」、竹内芳男・沢田利夫編『問題から問題へ―問題の発展的な扱いによる算数・数学科の授業改善―』、東洋館出版社、pp. 9−23

Theoni Pappas（1990）“*The Children’s Mathematics Calendar 1991*”. Wide World Publishing/Tetra

長崎栄三（1984）「4.3事例〔1次方程式の応用〕」、竹内芳男・沢田利夫編『問題から問題へ―問題の発展的な扱いによる算数・数学科の授業改善―』、東洋館出版社、p. 163

橋本吉彦・橋本由美子（2010）「オープンエンドアプローチ」、日本数学教育学会編『数学教育学研究ハンドブック』、東洋館出版社、pp. 239−244

平林一栄（1958）「日本算術教育史の一過程―作問中心の算術教育―」、『日本数学教育会誌』第40巻第4号、pp. 34−44

平林一榮（2010）『数学教育現代化時代の海外情報』、平林一榮、p. 180

Becker, J.P. & Shimada, S.（eds.）(1997) “*The Open-Ended Approach: A New Proposal for Teaching Mathematics*”. National Council of Teachers of Mathematics

文部科学省（2017）「小学校学習指導要領（平成29年告示）解説　算数編」 https://www.mext.go.jp/content/20211102-mxt_kyoiku02-100002607_04.pdf（2022年7月20日閲覧）

文部科学省（2017）「中学校学習指導要領（平成29年告示）解説　数学編」 https://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/__icsFiles/afieldfile/2019/03/18/1387018_004.pdf（2022年7月20日閲覧）

文部科学省（2018）「高等学校学習指導要領（平成30年告示）解説　数学編　理数編」

https://www.mext.go.jp/content/1407073_05_1_2.pdf（2022年7月20日閲覧）
山崎浩二（2022）「「数学する」ということ」、『東北数学教育学会誌』第53号、p. 1
https://www.jstage.jst.go.jp/article/tsme/0/53/0_1/_pdf（2022年8月25日閲覧）
吉川行雄（1977）「6 高等学校での指導事例　6.1 九九表の性質」、島田茂編『算数・数学科のオープンエンドアプローチ―授業改善の新しい提案―』、みずうみ書房、pp.158-171